

Plusieurs manières de calculer théoriquement la constante gravitationnelle universelle G et des splines cubiques pour vérifier sa valeur mesurée

Claude Mercier ing., Septembre 2020

Chercheur indépendant, Baie-Comeau, Canada

Email: claudio.mercier@gctda.com

Traduction autorisée de : "Several Ways to Calculate the Universal Gravitational Constant G Theoretically and Cubic Splines to Verify Its Measured Value", Journal of Modern Physics, 24 septembre 2020, vol. 11, no 9, pp. 1428-1465. <https://doi.org/10.4236/jmp.2020.119089>

Résumé

En 1686, Newton découvrait les lois de la gravitation [1] et prédisait la constante gravitationnelle universelle $G \approx 7 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. En 1798, avec une balance à torsion, Cavendish [2] mesurait $G \approx 6,754 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.

En raison de la faible intensité de la gravitation, il est difficile d'obtenir des mesures fiables car elles sont perturbées par les masses avoisinantes et par les phénomènes environnementaux. La physique moderne est incapable de lier G avec les autres constantes. Cependant, dans un article de 2019 [3], avec un nouveau modèle cosmologique, nous avons montré que G semble relié aux autres constantes, et nous avons obtenu une valeur théorique de $G \approx 6,673229809(86) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.

Ici, nous voulons montrer que notre valeur théorique de G est la bonne en interprétant des mesures de G à l'aide d'une nouvelle technique en utilisant des splines cubiques. Nous faisons l'hypothèse que la plupart des mesures sont affectées par une erreur systématique qui crée deux groupes de données. Nous obtenons $G \approx 6,673262(60) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ comme valeur mesurée.

Sachant que la valeur théorique de G est en accord avec la valeur mesurée, nous voulons établir un lien direct entre G et autant d'autres constantes que possible pour montrer, avec 33 équations que G est probablement lié avec la plupart des autres constants dans l'univers. Ces équations peuvent être utiles pour les astrophysiciens qui travaillent dans le domaine.

Comme nous avons été en mesure de lier G avec le paramètre de Hubble H_0 (qui évolue puisque son inverse donne l'âge apparent de l'univers), nous en déduisons que G n'est probablement pas une vraie constante. Sa valeur varie probablement dans le temps et l'espace. Cependant, à notre emplacement dans l'univers et pour une période relativement courte, ce paramètre peut sembler constant.

Mots clés

Constante gravitationnelle universelle G , Newton, Cavendish, Einstein, splines cubiques

1. Introduction

La constante gravitationnelle universelle G (aussi appelée la constante gravitationnelle de Newton) revêt un caractère spécial puisqu'elle est considérée comme étant une des 3 constantes fondamentales en physique puisqu'aucun modèle ne permet de déduire sa valeur à partir d'autres constantes connues. Sa valeur est utilisée dans l'équation de Newton [1] et dans celle de l'équation de la relativité générale d'Einstein [4]. C'est une des constantes les moins bien connues malgré tous les moyens technologiques actuel.

Dans l'équation de la gravitation de Newton [1], la force attractive F entre deux masses m_1 et m_2 , séparées par une distance r , dépend de G qui agit comme un coefficient de couplage.

$$F = \frac{-Gm_1m_2}{r^2} \quad (1)$$

Dans l'équation de la relativité générale d'Einstein [4], $R_{\mu\nu}$ est le tenseur de courbure de Ricci, R est la courbure scalaire, $g_{\mu\nu}$ est le tenseur de la métrique, Λ est la constante cosmologique, G est la constante gravitationnelle de Newton, c est la vitesse de la lumière dans le vide et $T_{\mu\nu}$ est le tenseur énergie-contrainte.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (2)$$

Plusieurs tentatives pour mesurer G ont été faite au cours du temps. Même si les mesures récentes montrent de petites marges d'erreur, elles ne se recoupent pas toujours. Dès 1995, les physiciens suggéraient que certaines mesures de G pouvaient être entachées d'erreurs systématiques [5]. Notre article montrera également que G peut évoluer au cours du temps et ne pas être une véritable constante.

Avec un nouveau modèle cosmologique, G est obtenu (voir l'équation (31) plus loin) en fonction de la vitesse de la lumière c dans le vide, la constante de structure fine α et des paramètres de l'électron (sa masse m_e et son rayon classique r_e) [3]. Pour aider le lecteur, nous résumerons la théorie qui est sous-jacente à cette équation.

Pour valider la valeur théorique de G trouvée dans le passé, nous désirons, dans un premier temps, lister les résultats de toutes les expériences récentes qui avaient pour but de la mesurer. En utilisant des outils mathématique et un logiciel, les données seront traitées pour déterminer une estimation de G . Il sera montré qu'il y a une légère différence entre la valeur du CODATA (Comité de données pour la science et la technologie) et la valeur théorique de G et nous expliquerons pourquoi.

Nous énumérerons, dans une deuxième étape, 33 équations différentes donnant G . C'est un exercice qui est utile, entre autres, pour obtenir certaines équations qui surmontent les difficultés de faire des mesures expérimentales

ainsi que pour montrer que G est intimement lié à d'autres paramètres de l'univers.

Dans une troisième étape, nous montrerons que G n'est pas constant et que sa valeur varie en fonction du temps et en fonction de la localisation dans l'univers où sa valeur est mesurée.

2. Valeurs des paramètres physiques utilisés

Nous utilisons la forme compacte de la notation pour afficher les tolérances (par exemple, 2,736(17) K signifie $2,736 \pm 0,017$ K). Pour comparer les résultats de nos nouvelles équations avec les articles publiés en 2019, nous utiliserons le CODATA 2014 [6].

Vitesse de la lumière dans le vide	$c \approx 299792458 \text{ m s}^{-1}$
Constante gravitationnelle univ.	$G \approx 6,67408(31) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$
Masse de l'électron	$m_e \approx 9,10938356(11) \times 10^{-31} \text{ kg}$
Rayon classique de l'électron	$r_e \approx 2,8179403227(19) \times 10^{-15} \text{ m}$
Charge de l'électron	$q_e \approx -1,6021766208(98) \times 10^{-19} \text{ C}$
Longueur de Planck	$L_p \approx 1,616229(38) \times 10^{-35} \text{ m}$
Temps de Planck	$t_p \approx 5,39116(13) \times 10^{-44} \text{ s}$
Masse de Planck	$m_p \approx 2,176 470(51) \times 10^{-8} \text{ kg}$
Constante de Planck	$h \approx 6,626070040(81) \times 10^{-34} \text{ J s}$
Constante de structure fine	$\alpha \approx 7,2973525664(17) \times 10^{-3}$
Constante de Boltzmann	$k_b \approx 1,38064852(79) \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Constante de Rydberg	$R_\infty \approx 10973731,568508(65) \text{ m}^{-1}$

3. Résumé de notre théorie

Notre théorie est basée sur un article de 2019 [3]. Notre modèle cosmologique est utilisé pour obtenir toutes les équations. Nous évoquerons quelques grandes étapes.

3.1. Notre modèle cosmologique

L'univers est fait de deux sphères en 4 dimensions, l'une imbriquée dans l'autre. La plus petite est "l'univers matériel" et la plus grande est "l'univers lumineux". Au moment du big bang, il n'y avait qu'une seule sphère. Après environ 361 000 ans, une plus faible densité de l'univers a permis les mouvements des électrons. L'univers est devenu transparent et la lumière est apparue et commença à voyager à travers l'espace, créant la sphère de "l'univers lumineux". Mais, la matière ne peut pas voyager aussi vite que la lumière et cela a créé "l'univers matériel" qui est imbriqué dans "l'univers lumineux".

Einstein a découvert que la vitesse de la lumière était plus lente à proximité des objets massifs [7]. Avec la relativité générale, Schwarzschild a calculé la vitesse de la lumière dans un contexte d'un champ gravitationnel faible ($|\Phi| \ll c^2$) autour d'une masse sphérique [8]. Avec son équation, nous avons obtenu l'équation (3) qui donne la vitesse de la lumière v_L en fonction de c et d'un indice de réfraction local n_o . La valeur de n_o est une fonction du potentiel

gravitationnel newtonien Φ qui est lui-même une fonction de G et de la distance r à partir du centre de masse m .

$$v_L(r) = \frac{c}{n_0} \quad \text{où } n_0 = \sqrt{\frac{1-2\Phi/c^2}{1+2\Phi/c^2}} \quad \text{et } \Phi = \frac{-Gm}{r} \leq 0 \quad (3)$$

Pour une distance r du centre de masse m , la vitesse de la lumière c est réduite par l'indice de réfraction n_0 causée par le champ gravitationnel de potentiel Φ qui donne la vitesse de la lumière modifiée $v_L(r)$. Localement, dans l'espace et le temps, la vitesse de la lumière semble constante et égale à c . Cependant, Hubble a trouvé que l'univers est en expansion. Sa densité diminue, l'indice de réfraction du vide diminue et tout cela implique une imperceptible accélération de la lumière.

Dans l'équation (3), c est la vitesse limite locale de la lumière dans le vide. En admettant que la lumière puisse accélérer lentement dans un contexte d'un univers en expansion, sa valeur tendra éventuellement vers une valeur de vitesse asymptotique appelée k qui est affectée par un indice de réfraction local n . Avec l'équation (3) nous construisons l'équation analogue (4). Nous sommes présentement à une distance r_u du centre de masse apparent m_u de l'univers. La vitesse actuelle de la lumière c est le résultat de l'équation (4).

$$c = \frac{k}{n} \quad \text{où } n = \sqrt{\frac{1-2\Theta/k^2}{1+2\Theta/k^2}} \quad \text{et } \Theta = \frac{-Gm_u}{r_u} \leq 0 \quad (4)$$

Le rayon de courbure apparent de l'univers lumineux est R_u . Il est "apparent" parce que l'équation de R_u assume une vitesse de la lumière constante c au cours du temps, pour une durée égale à l'âge apparent de l'univers. Cependant, dans notre modèle, la vitesse de la lumière n'est pas constante au cours du temps. Elle est c pour l'instant, mais puisque l'univers est en expansion, sa valeur était plus basse dans le passé.

Selon Carvalho [9], la masse m_u est donnée par l'équation (5).

$$m_u = \frac{c^3}{G \cdot H_0} \quad (5)$$

La constante de Hubble H_0 représente le taux relatif d'expansion en $\text{km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{MParsec}^{-1}$ de l'univers visible [10]. C'est équivalent à mesurer localement la dérivée de la vitesse de la matière v_m par rapport à la distance r . La matière se déplace localement à un rythme β plus lent que la vitesse de la lumière c en se déplaçant perpendiculairement au centre de masse de l'univers. Localement, à notre emplacement dans l'univers, H_0 est évalué à une distance $r = r_u$ (qui représente une fraction β of R_u). La valeur de β sera calculée plus loin à l'équation (11).

$$H_0 = \left. \frac{dv_m}{dr} \right|_{r=r_u} = \frac{\beta c}{r_u} = \frac{\beta c}{\beta R_u} \Rightarrow R_u = \frac{c}{H_0} \quad (6)$$

Le rayon de courbure apparent R_u de l'univers [3][11] (aussi appelé le rayon de Hubble [12]) peut être déterminé en fonction de c et H_0 . Pour

l'instant, nous sommes à une distance r_u du centre de masse m_u de l'univers.

$$r_u = \beta R_u = \frac{\beta c}{H_0} \quad (7)$$

Pour une distance r_u , notre parcelle locale d'univers voyage à la vitesse v_m .

$$v_m = \frac{\beta k}{n} \quad \text{où } n = \sqrt{\frac{1-2\Theta/k^2}{1+2\Theta/k^2}} \quad \text{et } \Theta = \frac{-Gm_u}{r_u} \quad (8)$$

La mesure de H_0 est faite en observant le déplacement global des galaxies à notre emplacement r_u . Chaque galaxie a son propre mouvement. En raison de l'expansion de l'univers, les galaxies s'éloignent les unes des autres. La valeur de H_0 représente la dérivée de la vitesse v_m par rapport à un élément de distance dr , évaluée $r = r_u$.

$$H_0 = \left. \frac{dv_m}{dr} \right|_{r=r_u} = \frac{k\beta y}{r_u} \left(\frac{1}{(1+y)\sqrt{1-y^2}} \right) \quad \text{where } y = \frac{2Gm_u}{k^2 r_u} \quad (9)$$

En résolvant les équations (4), (6), (7) et (9) cela mène aux équations (10) à (14). Pour le calcul détaillé, consulter l'annexe en référence [3].

$$k = c\sqrt{2+\sqrt{5}} \approx 6,17 \times 10^8 \text{ m s}^{-1} \quad (10)$$

$$\beta = 3 - \sqrt{5} \approx 0,764 \quad (11)$$

$$R_u \approx 1,28 \times 10^{26} \text{ m} \quad (12)$$

$$r_u \approx 9,80 \times 10^{25} \text{ m} \quad (13)$$

$$m_u \approx 1,73 \times 10^{53} \text{ kg} \quad (14)$$

La valeur asymptotique de la vitesse de la lumière dans le vide est représentée par k quand le rayon de courbure apparent R_u de l'univers lumineux tend vers l'infini. Le rapport entre la vitesse d'expansion de l'univers matériel et la vitesse d'expansion de l'univers lumineux (qui est la vitesse de la lumière) est une valeur géométrique β . Elle peut aussi représenter le rapport entre le rayon de courbure apparent r_u de l'univers matériel (évalué à notre emplacement dans l'univers par rapport au centre de masse de l'univers) et le rayon de courbure apparent R_u de l'univers lumineux. La valeur de m_u représente la masse apparente de l'univers. La valeur de β est unique à notre modèle cosmologique, mais elle est essentielle pour créer de multiples liens entre les constantes de physique. Elle permet de faire plusieurs liens entre l'infiniment grand et l'infiniment petit dans l'hypothèse de Dirac sur les grands nombres [13][14].

Les précisions de m_u , r_u , et R_u sont directement dépendantes de la précision de H_0 . Selon différentes sources, H_0 se situe entre 67,8(9) [15] et 77,6^{+4,3} km s⁻¹MParsec⁻¹ [16]. Les incertitudes ne se recoupent pas toujours. Nous devons trouver une méthode qui donnera un minimum de précision sans équivoque.

Comme la température moyenne T du fond diffus de l'univers (CMB = Cosmological Microwave Background) peut être mesurée précisément, un

lien exploitable peut être fait entre T et H_0 . Il suffit de calculer théoriquement T en fonction de H_0 . Sa précision dépendra maintenant de G . Pour plus de détails, S.V.P. voir la référence [3].

Nous obtenons l'équation (15) qui donne la température moyenne T du fond diffus de l'univers (CMB).

$$T = \frac{\beta}{k_b} \left(\frac{15\alpha^2 h^3 c^5 H_0^2}{8\pi^6 G} \right)^{1/4} \quad (15)$$

Nous forçons l'équation (15) à être égale à $T \approx 2,736(17)$ K (de la sonde Cobra [17]) et nous obtenons un H_0 similaire à Salvatelli (avec $H_0 \approx 72,1^{+2,3}_{-2,2}$ km s⁻¹MParsec⁻¹ [18]).

$$H_0(T) = \frac{\pi^3 T^2 k_b^2}{\beta^2 \alpha} \sqrt{\frac{8G}{15c^5 h^3}} \approx 72,06(90) \text{ km s}^{-1} \text{ MParsec}^{-1} \quad (16)$$

3.2. L'hypothèse de Dirac sur les grands nombres

Dirac found that with ratios of quantities having the same dimensions, we get large numbers separated into a few distinct orders of magnitude. However, he could not calculate them precisely [13][14]. All ratios that we found may, by adding certain factors, come from a single number N [3] that represents the maximum number of photons of lowest energy (of $2\pi R_u$ wavelength) [3]. Pour obtenir N , nous calculons la masse m_{ph} associée au photon de longueur d'onde $2\pi R_u$ en faisant égaliser son énergie corpusculaire avec son énergie d'onde.

$$m_{ph} c^2 = \frac{hc}{2\pi R_u} \Rightarrow m_{ph} = \frac{h}{2\pi R_u c} \approx 2,74 \times 10^{-69} \text{ kg} \quad (17)$$

Le grand nombre N est obtenu en divisant m_u (équation (5)) par la masse m_{ph} associée avec les photons de longueur d'onde $2\pi R_u$ (équation (17)).

$$N = \frac{m_u}{m_{ph}} = \frac{2\pi c^5}{hGH_0^2} \approx 6,3 \times 10^{121} \quad (18)$$

Si nous essayons de calculer précisément N en utilisant les équations (5), (7), (16) et (17), nous obtenons l'équation (19) qui est principalement dépendante de T . Nous évaluons le résultat en utilisant le CODATA 2014 [6] et la température du fond diffus de la sonde Cobra [17]. Nous notons que N est sans dimensions, tout comme α .

$$N = \frac{15h^2 \alpha^2 \beta^4 c^{10}}{4\pi^5 G^2 k_b^4 T^4} \approx 6,31(15) \times 10^{121} \quad (19)$$

En assumant que α peut être utilisé comme un facteur d'échelle appliqué un certain nombre de fois, nous postulons l'équation (20). Pour le moment, il est impossible de l'obtenir à partir des équations de la physique standard.

$$\text{POSTULATE 1:} \quad N = 1/\alpha^{57} \approx 6,303419702(84) \times 10^{121} \quad (20)$$

Dans les équations suivantes, la valeur de la température de Planck est d'environ $T_p \approx 1,42 \times 10^{32}$ K. C'est la plus haute température qui peut être ob-

tenue dans l'univers lorsqu'on condense la masse m_u dans une sphère ponctuelle dont le rayon est égal à la longueur de Planck L_p . Nous pensons également que c'était la température de l'univers au moment du Big Bang. La valeur de q_p est la charge de Planck qui est d'environ $q_p \approx 1,88 \times 10^{-18}$ C.

Les « grands » nombres sont de type N exposant un nombre fractionnaire, tels que $N^{1/2}$, $N^{1/3}$, $N^{1/4}$... $N^{1/57}$ or $N^{2/3}$, $N^{3/4}$, etc. Ceux-ci sont obtenus de différentes manière en utilisant différents paramètres de l'univers [3]. Certains proviennent de l'hypothèse de Dirac sur les grands nombres [13][14]. Certains liens (utilisés plus tard) sont rappelés ici [3].

$$N^{1/2} = \frac{m_p}{m_{ph}} = \frac{R_u}{L_p} = \frac{1}{t_p H_0} = \frac{2\pi T_p k_b}{h H_0} = \frac{-1}{q_e} \sqrt{\frac{4\pi m_u R_u \alpha}{\mu_0}} \approx 7,94 \times 10^{60} \quad (21)$$

$$N^{1/3} = \frac{m_u r_e \alpha}{m_e R_u \beta} = \frac{m_e \sqrt{\beta}}{m_{ph} \alpha} = \frac{R_u \sqrt{\beta}}{r_e} = \frac{\alpha q_e^2}{4\pi \epsilon_0 G \beta m_e^2} \approx 3,99 \times 10^{40} \quad (22)$$

$$N^{2/3} = \frac{m_u \alpha}{m_e \beta^{1/2}} = \frac{R_u^2 \beta}{r_e^2} = \frac{m_p^4 \alpha^4}{m_e^4 \beta^2} = \frac{m_e^2 \beta}{m_{ph}^2 \alpha^2} \approx 1,58 \times 10^{81} \quad (23)$$

$$N^{1/4} = \frac{T_p}{T} \left(\frac{15\beta^4 \alpha^2}{\pi^3} \right)^{1/4} = \frac{k_b T}{m_{ph} c^2} \left(\frac{\pi^3}{15\beta^4 \alpha^2} \right)^{1/4} \approx 2,82 \times 10^{30} \quad (24)$$

$$N^{1/6} = \frac{r_e}{L_p \sqrt{\beta}} = \frac{m_p \alpha}{m_e \sqrt{\beta}} = \frac{\alpha^3}{4\pi R_\infty L_p \sqrt{\beta}} = \frac{2\pi r_e k_b T_p}{hc \sqrt{\beta}} \approx 1,99 \times 10^{20} \quad (25)$$

$$N^{1/16} = \left(\frac{4\pi c R_\infty \sqrt{\beta}}{H_0} \right)^{57/256} = \left(\frac{\beta T_p}{T} \right)^{1/4} \left(\frac{15\alpha^2}{\pi^3} \right)^{1/16} \approx 4,10 \times 10^7 \quad (26)$$

$$N^{1/19} = \frac{1}{4\pi R_\infty r_e} = \left(\frac{\beta m_e^2}{m_{ph}^2} \right)^{1/12} = 16\pi^2 \beta L_p R_u R_\infty^2 \sqrt{\alpha} \approx 2,57 \times 10^6 \quad (27)$$

$$N^{1/57} = \frac{q_p^2}{q_e^2} = \left(\frac{m_p^2}{m_e^2 \beta} \right)^{1/21} = \left(\frac{q_e^2}{4\pi \beta \epsilon_0 G m_e^2} \right)^{1/20} = \frac{1}{\alpha} \approx 137 \quad (28)$$

3.3. Calculs précis de G , H_0 et T

Pour calculer précisément G , nous avons besoin d'une équation qui est indépendante de H_0 et T puisque nous ne les connaissons pas avec une précision suffisante. La plupart du temps G intervient dans le calcul de l'énergie gravitationnelle et de la force gravitationnelle.

Nous ne montrerons pas tous les détails (se référer à [3]), mais considérons une expérience où nous évaluons l'énergie électrique E_e entre deux électrons séparés par une distance égale au rayon classique de l'électron r_e . L'énergie électrique E_e est indépendant de la distance puisque nous obtenons $E_e = m_e c^2$. Nous faisons une autre expérience pour évaluer l'énergie gravitationnelle pour les mêmes conditions et nous trouvons $E_g = G m_e^2 / r_e$. Si nous

faisons ces expériences à la périphérie de l'univers lumineux, nous obtenons une énergie électrique $E_e' = E_e$ et une énergie gravitationnelle $E_g' = E_g/\beta$. En faisant le rapport entre E_e' et E_g' , nous obtenons l'équation (29).

$$\frac{E_e'}{E_g'} = \frac{m_e c^2}{\left(\frac{G m_e^2 \beta}{r_e}\right)} = \frac{c^2 r_e}{G m_e \beta} \approx 5,45 \times 10^{42} \quad (29)$$

Comme dans l'équation (20), nous trouvons que la constante de structure fine α joue un rôle en déterminant les ordres de grandeur. Par un ajustement de l'exposant de la constante de structure fine α , nous obtenons un résultat identique à celui de l'équation (29).

$$\frac{1}{\alpha^{20}} \approx 5,45 \times 10^{42} \quad (30)$$

Nous concluons que les équations (29) et (30) sont égaux. En isolant G , nous obtenons une équation que nous élevons au rang de postulat #2. Cette équation ne peut être déduite d'une quelconque équation connue de la physique standard.

$$\text{POSTULATE \#2: } G = \frac{c^2 r_e \alpha^{20}}{m_e \beta} \approx 6,673229809(86) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2} \quad (31)$$

$$\text{Where } \beta = 3 - \sqrt{5}$$

Ce résultat concorde avec la valeur de Taylor-Parker-Langenberg [19] qui est $G \approx 6.6732(31) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$. Il ne concorde pas parfaitement avec la valeur du CODATA 2014 qui est $G \approx 6.67408(31) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$, mais Qing [20] a montré que les tolérances de plusieurs mesures de G ne se recoupent pas entre elles.

Nous associons l'énergie de la masse m_e de l'électron avec son énergie ondulatoire.

$$m_e c^2 = \frac{h c \alpha}{2 \pi r_e} \quad (32)$$

Avec les équations (20), (31) et (32), nous obtenons l'équation (33).

$$H_0 = \frac{c \alpha^{19} \sqrt{\beta}}{r_e} \approx 72,09548580(32) \text{ km s}^{-1} \text{MParsec}^{-1} \quad (33)$$

Le résultat est similaire à l'équation (16) obtenue avec la sonde Cobra [17] et confirme la valeur de Salvatelli [18] de $H_0 \approx 72,1^{+2,3}_{-2,2} \text{ km s}^{-1} \text{MParsec}^{-1}$.

Avec les équations (16), (33) et (32), nous obtenons la température moyenne T du fond diffus.

$$T = \frac{m_e c^2}{k_b} \left(\frac{15 \beta^6 \alpha^{17}}{\pi^3} \right)^{1/4} \approx 2,7367958(16) \text{ K} \quad (34)$$

C'est en accord avec la valeur de la sonde Cobra [17] de $T \approx 2,736(17) \text{ K}$.

Avec un modèle cosmologique et 2 postulats, nous avons trouvé des équations théoriques qui donnent G , H_0 , T et N . Avec les équations standards de la physique, d'autres équations peuvent être trouvées, telles que les équations (21) à (28).

4. Mesures expérimentales de la constante gravitationnelle G

En 1798, G a été mesurée par Cavendish en utilisant une balance à torsion [2]. Durant les siècles suivants, plusieurs méthodes différentes ont été utilisées avec de plus en plus de raffinement pour essayer de circonscrire la valeur de G . Malgré les avancées technologiques récentes et la précision obtenue, les différents résultats ne se recoupent pas toujours. Notre but est de faire ressortir une meilleure valeur pour estimer G .

L'objectif premier de ce document est de montrer que la valeur théorique calculée [3] de G (équation (31)) peut être validée par une interprétation adéquate des valeurs mesurées grâce à un graphique utilisant des splines cubiques. La valeur théorique de G est décrite en fonction des caractéristiques de l'électron (le rayon classique de l'électron r_e et la masse m_e), la constante de structure fine α , la vitesse de la lumière c ainsi que d'une constante β provenant d'un modèle cosmologique.

La valeur de G dans l'équation (31) devient intéressante pour les scientifiques si elle peut être vérifiée par des mesures concrètes. Une valeur théorique obtenue en fonction d'autres paramètres plus précis rend possible de surmonter les difficultés inhérentes aux mesures de G . Malgré tous les efforts réalisés, même les valeurs des mesures récentes de G ne concordent pas toutes entre elles et possèdent des marges d'erreur relativement élevées. Alors, nous devons trouver une astuce.

Dans le Tableau 1, nous avons identifié 32 résultats relativement récents (depuis 1930). Certaines de ces valeurs sont des résultats statistiques provenant d'autres mesures. Nous les conservons pour comparer leur valeur avec les vrais mesures.

Liste des méthodes utilisées :

STAT = Résultats statistiques provenant de différentes sources
 TS = Temps de balancement
 AAF = Rétroaction sur l'accélération angulaire
 BB = Balance à fléau
 FDEC = Déflexion libre et compensation électrostatique
 FPC = Cavité Fabry–Perot avec des pendules
 AI = Interféromètre atomique
 EC = Compensation électrostatique
 TB = Balance à torsion

* Les valeurs de $6,745 \pm 0,005 \times 10^{-13} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$ (qui devrait être 10^{-11}) du résumé et de $6,745 \pm 0,0008 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$ du texte de Sagitov's sont erronées [44] car les chiffres après le point et la tolérance sont faux. Ils peuvent être corrigés en moyennant les valeurs du tableau de l'article original en russe. Après correction, $G \approx 6,674485 \pm 0,00080 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$.

** ppm = Parties par million.

Source	Identification	Méthode	Valeur $G/10^{-11} \text{ m}^3 \text{s}^{-2} \text{kg}^{-1}$	ppm **	Réf.
1-Qing Li et al.	Q-AAF-2018	AAF	6,674484(78)	11,61	[20]
2-Qing Li et al.	Q-TS-2018	TS	6,674184(78)	11,64	[20]
3-Tiesinga E et al.	CODATA 2018	STAT	6,67430(15)	22	[21]
4-Newman et al.	N-TB-2014	TB	6,67435(13)	19	[22]
5-Rosi et al.	R-AI-2014	AI	6,67191(99)	150	[23]
6-Quinn et al.	Q-FDEC-2014	FDEC	6,67554(16)	24	[24]
7-Mohr PJ et al.	CODATA 2014	STAT	6,67408(31)	46	[6]
8-Mohr PJ et al.	CODATA 2010	STAT	6,67384(80)	120	[25]
9-Parks & Faller	PF-FPC-2010	FPC	6,67234(14)	21	[26]
10-Tu et al.	T-TS-2010	TS	6,67349(18)	27	[27]
11-Luo et al.	L-TS-2009	TS	6,67349(18)	27	[28]
12-Mohr PJ et al.	CODATA 2006	STAT	6,67428(67)	100	[29]
13-Schlamming et al.	S-BB-2006	BB	6,67425(12)	19	[30]
14-Hu et al.	H-TS-2005	TS	6,67222(87)	130	[31]
15-Armstrong et al.	A-EC-2003	EC	6,67387(27)	40	[32]
16-Mohr PJ et al.	CODATA 2002	STAT	6,6742(10)	150	[33]
17-Kleinevoß	K-FPC-2002	FPC	6,67422(98)	150	[34]
18-Quinn et al.	Q-FDEC-2001	FDEC	6,67559(27)	40	[35]
19-Gundlach & Merkowitz	GM-AAF-2000	AAF	6,674215(92)	14	[36]
20-Fitzgerald & Armstrong	FA-TB-1999a	TB	6,6742(7)	105	[37]
21-Fitzgerald & Armstrong	FA-TB-1999b	TB	6,6746(10)	150	[37]
22-Mohr PJ et al.	CODATA 1998	STAT	6,673(10)	1499	[38]
23-Bagley & Luther	BL-TS-1997	TS	6,67398(70)	100	[39]
24-Karagioz & Izmailov	KI-TS-1996	TS	6,6729(5)	75	[40]
25-Standish.	ST-STAT-1995	STAT	6,67259(30)	45	[41]
26-Cohen ER et al.	CODATA 1986	STAT	6,67259(85)	127	[42]
27-Luther & Towler	LT-TS-1982	TS	6,6726(5)	75	[43]
28-Sagitov	S-TS-1979	TS	6,674485(800) *	120	[44]
29-Cohen ER et al.	CODATA 1973	STAT	6,6720(41)	615	[45]
30-Pontiskis et al.	P-TS-1972	TS	6,6714(6)	90	[46]
31-Taylor BN et al.	CODATA 1969	STAT	6,6732(31)	465	[47]
32-Heyl PR	H-TB-1930	TB	6,670(5)	750	[48]

Tableau 1: Liste des mesures de la constante gravitationnelle universelle G

Pour réduire les incertitudes, les résultats du Tableau 1 proviennent inévitablement de statistiques (médianes, moyennes, moyennes pondérées, etc.) sur plusieurs expériences répétées. Malheureusement, si les données sont biaisées, une moyenne de plusieurs mesures n'augmentera que la répétabilité sur les moyennes mesurées, avec toujours le même biais. Quand les données sont biaisées sans le savoir et que plusieurs chercheurs affichent de très petites tolérances qui ne se recoupent pas, ils affichent probablement une très bonne répétabilité, mais pas les tolérances réelles.

Nous sommes très conscients que dans le Tableau 1 certains résultats sont parfois les résultats de mesures mélangées avec des résultats d'auteurs qui les ont précédés. Nous confessons le fait qu'il n'est pas toujours facile de conserver seulement les résultats de chaque auteur puisqu'ils sont parfois "incorporés" dans des statistiques qui impliquent d'autres mesures provenant d'autres chercheurs. Nous ne voulions pas non plus enlever ces valeurs puisqu'elles peuvent arborer des informations importantes. Nous comptons sur le fait que d'une certaine manière, si ces valeurs sont des moyennes provenant d'autres données, elles ne vont pas changer la moyenne globale. De plus, elles ne devraient pas avoir d'effet notable sur la position des deux sommets que nous recherchons. Elles peuvent changer la hauteur des sommets, mais cette information n'est pas celle que nous recherchons. Un autre effet de ces statistiques est le calcul de la tolérance de G dans l'équation (37). Cependant, il est facile d'enlever leur effet en les omettant lorsque nous calculons la racine carré du nombre de données au dénominateur. Si nous enlevons toutes les données qui proviennent de statistiques (10 au total), il reste 22 mesures utilisables pour le calcul de la tolérance finale.

Si toutes les variables environnementales étaient toujours prises en compte, les différentes expériences mèneraient probablement au même résultat. Sans douter des incroyables efforts que les équipes scientifiques ont faits pour obtenir les meilleurs résultats possibles pour réduire les différentes sources d'erreurs, il peut être constaté que plusieurs marges d'erreurs ne se recoupent pas. C'est une situation très embarrassante qui montre que certaines personnes peuvent être dans l'erreur et que certains paramètres ne sont pas considérés. Puisque les résultats proviennent de différentes expériences, nous sommes en droit de penser que les paramètres qui étaient considérés sont probablement différents d'une expérience à l'autre.

Il est certain que nous pouvons réduire les erreurs de mesure en moyennant tous les résultats, en espérant que les erreurs systématiques faites en positif soient compensées de manière égale par les erreurs systématiques faites en moins. En moyennant les 32 données de la Table 1, nous calculons la valeur moyenne de G_m :

$$G_m \approx 6,673512 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1} \quad (35)$$

La valeur de la médiane G_{md} est :

$$G_{md} \approx 6,673925 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1} \quad (36)$$

Sur un très grand nombre d'échantillons, la médiane devrait normalement être égale à la moyenne. Ici, la différence entre la moyenne et la médiane nous semble suffisamment marquée pour suspecter que l'étalement des données n'est pas simplement Gaussien. Par conséquent, nous considérons qu'en dépit des précisions affichées pour certaines valeurs, il semble que celles-ci soient teintées d'erreurs. Quand la rigueur et la précision sont à l'ordre du jour, il y a de multiples sources d'erreurs, et quelques sources d'erreur peuvent sournoisement s'introduire dans les expériences et être ignorées. Quelques-unes de ces sources peuvent être éliminées au cours du temps. Par exemple, les mesures de G étaient autrefois dans l'air tandis que maintenant, elles sont réalisées dans le vide pour éliminer les effets de l'agitation de l'air.

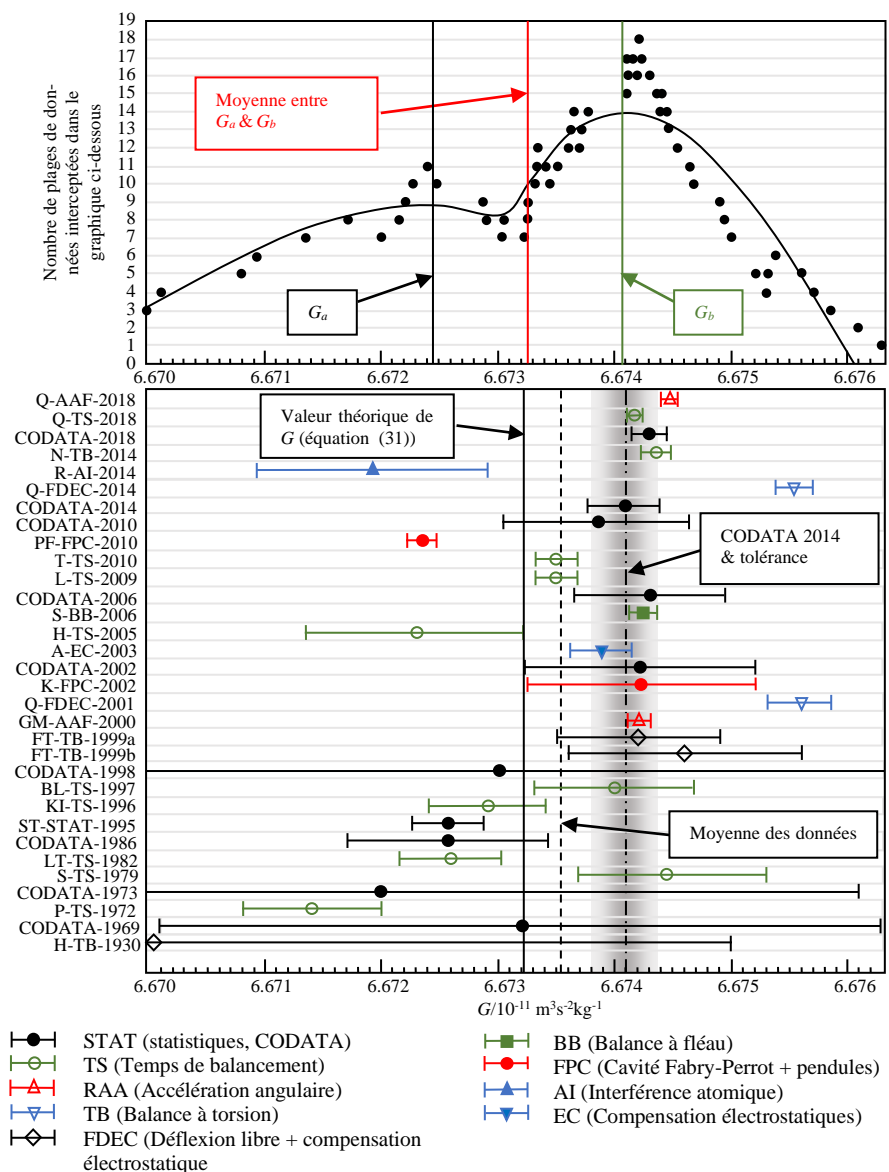


Figure 1: Liste des mesures de la constante gravitationnelle universelle G

Les outils mathématiques ne mettent pas toujours en évidence la possibi-

té que certains types d'erreurs peuvent être commises, parfois en positif, parfois en négatif. Une tentative de mise en lumière des erreurs systématiques peut être faite en balayant l'abscisse de la Figure 1. Pour chaque valeur de l'abscisse, nous regardons le nombre de plage de tolérances qui peuvent être interceptées par une ligne perpendiculaire à cette dernière. Nous construisons ainsi un graphique (voir le graphique dans le haut de la Figure 1). Ce graphique donne un outil pour dire combien de mesures se recourent avec certaines valeurs de G . Plus la valeur sur l'ordonnée est haute, plus les chances d'avoir des recouvrements avec d'autres mesures de G sont grandes. Dans un monde idéal, nous voudrions recouper avec les 32 mesures. Cependant, nous savons déjà que toutes les mesures ne se recourent pas.

D'un point de vue mathématique, nous avons aucun contrôle où les nœuds seront placés par le logiciel. Ils sont supposés être placés de manière telle que la somme des carrés des erreurs sera réduite. Aussi, la forme des splines est comme une règle flexible qui passe par 5 nœuds choisis par le logiciel. Elle est supposée reconstruire une courbe qui minimise les tensions dans la règle.

Ce graphique met en lumière le fait qu'il y a deux groupes prédominants de données. Il peut y en avoir plus, mais visuellement, il semble y en avoir deux principaux.

Le premier groupe (G_a) semble avoir moins d'adeptes. Les dernières valeurs du CODATA (2014 et 2018) semblent être dans le second groupe (G_b). Cependant, 32 expériences différentes ne représentent pas un très grand échantillon. Le fait d'avoir plus de données situées autour du second groupe ne veut pas nécessairement dire que la moyenne du premier groupe n'est pas valide, mais cela déplace la valeur moyenne de G vers le second groupe G_b .

Nous faisons l'hypothèse que le second groupe G_b est peut-être biaisé par le fait qu'il y ait d'importantes publications de la valeur de G à tous les 4 ans dans le CODATA depuis sa création en 1966. Plusieurs tentatives de mesure peuvent avoir été abandonnées ou refaite jusqu'à ce que ceux qui ont fait les expériences obtienne des résultats qui tombent dans le même lot que les valeurs "officielles" values affichées dans les différentes version du CODATA. Comme la même source d'erreur systématique peut être fait en + ou en - sur les données, il semble raisonnable pour nous d'accorder la même importance à G_a qu'à G_b .

Un ensemble composé de 32 expériences n'est pas énorme. Nous pensons qu'en considérant un ensemble plus grand d'échantillon non-biaisés, nous pourrions très bien avoir autant de données autour du premier groupe que du second groupe. Nécessairement, nous pouvons assumer que de rares expériences ne commettent aucune erreur systématique et leurs valeurs se tiendraient entre les deux groupes prédominants.

Le graphique situé dans le haut de la Figure 1 est fait de sauts abruptes. Pour lisser ce graphique, nous passons une fonction de splines cubiques à travers l'ensemble des données.

Les splines cubiques ont des propriétés intéressantes. Ils sont faits de

points de contrôle appelés “nœuds”. Il peut y avoir autant de nœuds que nous le désirons à la condition qu’il y ait un minimum de trois nœuds pour avoir deux segments. Entre ces deux nœuds, la courbe est réalisée par des segments de polynômes du troisième degré qui permettent des torsions flexibles et polyvalentes. Les courbes les plus complexes et continues peuvent être approximées avec des splines si elles sont décomposées en suffisamment de segments de petites tailles. Pour assurer la douceur de la courbe à chaque nœud, les segments adjacents doivent avoir la même dérivée première et seconde. Dans la Figure 1, s’il y avait une infinité de données, la courbe serait continue avec aucune discontinuités. C’est la raison principale du pourquoi nous utilisons des splines cubiques pour reconstruire une courbe lisse idéale. Nous mentionnons que d’autres types de lissage de courbe auraient pu être utilisé. Un simple polynôme du cinquième degré aurait pu montrer deux bosses. Cependant, il aurait tendance à avoir des comportements non-contrôlés à chacune des extrémités et n’aurait pas bien collé au type de courbe que nous avons.

Nous forcerons la courbe de splines cubiques à révéler seulement deux bosses, quel que soit les hauteurs et quel que soit leurs emplacements. Pour atteindre cet objectif, nous mettons en place seulement 5 nœuds (2 pour les extrémités, 2 pour les sommets et une pour le creux entre les sommets). Les positions des nœuds seront libres de bouger pour réduire la somme des carrés des erreurs.

Pour éliminer toute subjectivité quant à la position des nœuds, nous nous fierons sur une courbe générée automatiquement par un logiciel. Un tel logiciel fait en Delphi 3.0 (Pascal avancé) est disponible à l’Annexe A.

Dans ce logiciel, une liste faite de 32 valeurs de G et leur tolérance correspondantes provient du Tableau 1. Le logiciel peut ensuite générer un tableau de 64 valeurs (ces valeurs sont numérotées par les indices $i = 0$ à 63) correspondant aux extrémités des plages des valeurs de G . Les données sont classées en ordre croissant des valeurs. Ensuite, nous associons un nombre n_i correspondant au nombre de points de croisement avec les plages d’erreurs. Pour déterminer les valeurs n_i , une ligne perpendiculaire imaginaire à l’abscisse est dessinée pour les 64 valeurs de G conservées. Les valeurs n_i correspondent aux nombres de croisements avec les plages d’erreur dans la Figure 1. Naturellement, ces nombres sont des entiers ≥ 0 .

Les nœuds situés sur la courbe de splines cubiques peuvent avoir n’importe quelles valeurs réelles +/- . Des valeurs négatives peuvent être nécessaires pour construire une courbe de splines cubique aux extrémités. Elles n’ont pas d’équivalents dans le monde physique. Cependant, quand une valeur est négative, la probabilité de croiser une plage d’erreurs est quasi nulle.

En itérant pour trouver les positions pour les meilleures positions pour les 5 nœuds, le logiciel réduira la somme Σ_e des moindres carrés des erreurs entre la valeur n_i et les valeurs de la courbe des splines cubiques.

Lorsqu’il ne semble plus possible d’itérer, la valeur de G est obtenue en

trouvant la valeur idéale pour la mesure de G qui est entre G_a et G_b puisque nous assumons que l'erreur systématique est la même en + ou en -. Cela correspond à faire la moyenne de G_a et G_b . Ces valeurs correspondent aux valeurs de G for pour les deux sommets de la courbe des splines cubiques et devrait donner la tolérance e_{max} suivante.

$$e_{\max} \approx \pm \frac{\sum_{i=1}^{i_{\max}} e_i}{i_{\max} \sqrt{n}} \approx \pm 0,000060 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1} \quad (37)$$

où $i_{\max} = 32$ données et $n = 22$ mesures réelles

Les valeurs e_i correspondent aux tolérances associées avec les données du Tableau 1. Le nombre de données dans le Tableau 1 correspond à $i_{\max} = 32$. De ces données, nous retirons tous les résultats statistiques pour obtenir un total de $n = 22$ mesures réelles. En raison de la racine carrée, le fait d'enlever tous les résultats statistiques n'a pas un gros impact sur la tolérance finale (60 ppm au lieu de 50 ppm).

La précision des mesures peut être partiellement mélangée avec de la ré-pétabilité. Les 5 points résultant des itérations de la courbe de splines cubiques sont montrés dans les équations (38).

$$\text{Point 1 : } G_1 \approx 6,67000 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1} \text{ with } 3,240 \text{ interceptions} \quad (38)$$

$$\text{Point 2 : } G_2 \approx 6,67296 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1} \text{ with } 8,477 \text{ interceptions}$$

$$\text{Point 3 : } G_3 \approx 6,67299 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1} \text{ with } 8,440 \text{ interceptions}$$

$$\text{Point 4 : } G_4 \approx 6,67330 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1} \text{ with } 10,573 \text{ interceptions}$$

$$\text{Point 5 : } G_5 \approx 6,67630 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1} \text{ with } -3,060 \text{ interceptions}$$

La somme des moindres carrés trouvée pour ces valeurs est la suivante.

$$\Sigma_e \approx 202,827574 \quad (39)$$

Une fois que les 5 points sont trouvés et qu'il n'est plus possible d'itérer pour réduire l'erreur, nous trouvons les 2 valeurs de G qui correspondent aux deux sommets G_a et G_b de la courbe des splines cubiques (voir Figure 1).

$$G_a \approx 6,672449 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1} \quad (40)$$

$$G_b \approx 6,674076 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1} \quad (41)$$

Puisque nous voulons donner autant de poids au premier groupe (correspondant au sommet atteint en G_a) que le second (correspondant au sommet atteint en G_b), nous moyennons les valeurs de G entre les deux sommets. En moyennant ces 2 valeurs, nous obtenons la valeur suivante de G (arrondie à la sixième décimale) :

$$G \approx 6,673262(50) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1} \quad (42)$$

La tolérance de $\pm 0,000050 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1}$ vient de l'équation (37). Cependant, la valeur mesurée de G dans l'équation (42) est maintenant bien centrée sur la valeur théorique de G (équation (31)) à l'intérieur de ± 5 ppm

(parties par million).

Nous voudrions attirer l'attention sur le fait que la valeur G_b du second sommet de la courbe de splines cubiques est proche de la valeur présentée par le CODATA 2018, mais spécialement de la valeur présentée par le CODATA 2014 (se référer au Tableau 1). Le processus qui utilise une courbe de splines cubiques semble montrer que les mesures récentes des dernières années tendent à être autour de la valeur du second sommet (G_b) de la courbe de splines cubiques. Il y a probablement plusieurs expériences qui commettent une erreur systématique. Même s'il semble probable qu'il y ait une erreur systématique, il n'est pas possible, pour le moment, de savoir quelle est cette erreur.

Puisque nous voulons donner autant d'importance au premier groupe que le second, nous moyennerons les deux valeurs des sommets (G_a and G_b). Cette valeur qui provient des mesures est à peu près la même que le G théorique de l'équation (31).

Même si notre échantillon de 32 données est relativement limité, il semble que cela nous permet de mettre en lumière l'existence possible d'une erreur systématique. À moins qu'il n'y ait des avancées majeures, la source de cette erreur pourrait demeurer inconnue puisqu'elle diffère d'une expérience à l'autre. Cependant, nous pensons que la valeur de cette erreur est parfois imputée aux données en positif et parfois en négatif. Les valeurs varient ensuite autour d'une valeur moyenne qui devrait être la valeur théorique de G de l'équation (31).

Les expériences mentionnées dans le Tableau Table 1 ont été menées en utilisant différentes méthodes. Certaines impliquent différent matériaux, masses de différentes valeurs et impliquent différentes distances. Pour une très courte distance, l'effet Casimir, les forces électrostatiques et magnétiques peuvent entrer en jeu et créer une distorsion dans les résultats s'ils ne sont pas tenus en compte. La plupart des expériences sont maintenant réalisées dans le vide et à température contrôlée pour éviter les perturbation dues à l'agitation de l'air. Lorsque nous essayons d'obtenir une très grande précision, même la présence de véhicule dans la rue, les marées, la lune et le soleil peuvent avoir un effet sur les résultats.

C'est très difficile de soustraire les laboratoires de toutes les sources perturbatrices. En ne connaissant pas tous les détails de montage et les environnement de chacune des expériences et sachant que chaque montage possède des sources d'erreur différentes, il est très difficile de pointer vers une source spécifique d'erreur systématique. Il pourrait ne jamais être possible de la trouver. Cependant, la différence entre la valeur d'un des deux sommet de la courbe de splines cubiques et la valeur centrale donne une bonne idée de l'ampleur de l'erreur systématique. Cette valeur pourrait aider les équipes à trouver cette source d'erreur.

Pour le moment, G semble être constant. Mais, l'est-il vraiment? Nous analyserons ce point en détail une fois que nous aurons fait état de différentes

équations de G .

5. Un rappel de différentes identités utiles

Actuellement, notre système de métrologie considère G comme étant une des 3 constantes fondamentales de la physique. Basé sur la physique moderne, il n'y a aucun modèle qui rend possible d'obtenir G en fonction des autres constantes. Cependant, récemment [3], grâce à un nouveau modèle cosmologique, nous avons montré que G peut être obtenir en fonction de la vitesse de la lumière dans le vide c , de la constante de structure fine α et des paramètres de l'électron (la masse m_e et le rayon classique r_e).

Pour éviter de tout répéter inutilement, nous désirons ici rappeler différentes identités qui seront utilisées plus tard pour déterminer plusieurs équations de G .

Commençons par lister les différentes unités de Planck qui nous seront utiles.

La masse de Planck m_p est déterminée, de manière standard, en fonction de la constante de Planck h , G , et de la vitesse de la lumière dans le vide c .

$$m_p = \sqrt{\frac{hc}{2\pi G}} \approx 2,18 \times 10^{-8} \text{ kg} \quad (43)$$

Le temps de Planck t_p est déterminé, de manière standard, en fonction de la constante de Planck h , la constante gravitationnelle universelle G et la vitesse de la lumière dans le vide c . Il peut également être déterminé en fonction de la longueur de Planck L_p .

$$t_p = \sqrt{\frac{hG}{2\pi c^5}} = \frac{L_p}{c} \approx 5,91 \times 10^{-44} \text{ s} \quad (44)$$

La longueur de Planck L_p est déterminée, de manière standard, à partir des mêmes paramètres ou à partir du temps de Planck t_p avec l'équation suivante.

$$L_p = \sqrt{\frac{hG}{2\pi c^3}} = ct_p = 1,61 \times 10^{-35} \text{ m} \quad (45)$$

La charge de Planck q_p est déterminée, de manière standard, en fonction des paramètres précédents, de la constante de structure fine α et de la perméabilité du vide μ_0 . Elle peut également être déterminée en fonction de la permittivité du vide ε_0 ou de la charge électrique q_e de l'électron.

$$q_p = \sqrt{\frac{4\pi m_p L_p}{\mu_0}} = \sqrt{\frac{2h}{c\mu_0}} = \sqrt{2ch\varepsilon_0} = \frac{-q_e}{\sqrt{\alpha}} \approx 1,875546023(11) \times 10^{-18} \text{ C} \quad (46)$$

Il est à noter que contrairement à la plupart des unités de Planck, la charge de Planck n'est pas définie, de manière standard, en utilisant G et h . Cependant, en utilisant les équations (31), (46), (50) et (51), nous pouvons établir une équation de la charge de Planck q_p en fonction de G et h .

$$q_p = \sqrt{\frac{\beta G h^2}{\pi \mu_0 r_e^2 c^4 \alpha^{19}}} \quad (47)$$

La constante de structure fine α est liée à la constante de Rydberg R_∞ et à la

masse de l'électron m_e par l'équation suivante :

$$R_\infty = \frac{cm_e\alpha^2}{2h} \quad (48)$$

La charge de l'électron est déterminée à partir de la masse de l'électron m_e , le rayon classique de l'électron r_e et sur la perméabilité du vide μ_0 .

$$q_e = \sqrt{\frac{4\pi m_e r_e}{\mu_0}} = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C} \quad (49)$$

Grâce à la dualité onde-particule, il est possible de lier l'énergie de la masse m_e et l'électron (partie gauche de l'équation (50)) à l'énergie de l'onde qui lui est associée (partie droite de l'équation (50)).

$$m_e c^2 = \frac{hc\alpha}{2\pi r_e} \quad (50)$$

La vitesse de la lumière c dans le vide est donnée en fonction de la perméabilité du vide μ_0 ainsi que de la permittivité du vide ε_0 .

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad (51)$$

6. Différentes équations pour calculer la constante gravitationnelle universelle G

Pour montrer l'interdépendance de G avec les autres paramètres de l'univers, nous ferons une énumération d'équations qui utilisent différentes "constantes". Quelques-unes de ces équations offriront l'avantage de surmonter les difficultés inhérentes à la mesure de la valeur de G et présenteront une manière détournée d'obtenir sa valeur précise. L'utilisation de différents paramètres pourrait mettre en lumière le fait que la "constante" gravitationnelle universelle G pourrait ne pas être si constante.

L'équation (31) définit G en fonction de la vitesse de la lumière c , la constante de structure fine α , les paramètres de l'électron (la masse m_e et son rayon classique r_e) ainsi que la constante β définie à l'équation (31). Cette dernière constante vient d'un modèle cosmologique qui montre l'existence d'un univers matériel et lumineux. Ces deux univers sphériques évoluent l'un dans l'autre selon un rapport β . Sans cette constante, les équations qui rendent possible de définir G en se basant uniquement sur des paramètres qui ont une bonne précision (8 à 11 chiffres après la virgule) ne seraient pas possibles. La plupart des équations qui suivent utiliseront quelques-unes des constantes utilisées dans l'équation (31). Nous nous concentrerons donc sur les autres constantes qui apparaîtront dans les différentes équations.

Des équations (31) ainsi que de l'équation (48), G peut être défini en fonction de la constante de Planck h et de la constante de Rydberg R_∞ .

$$G = \frac{r_e^3 c^3 \alpha^{22}}{2\beta h R_\infty} \quad (52)$$

Les équations (31) et (50) permettent de trouver G en fonction de h .

$$G = \frac{2\pi r_e^2 c^3 \alpha^{19}}{\beta h} \quad (53)$$

En utilisant les équations (31) et (48) dans l'équation (53), G est défini en fonction de la constante de Planck h et de la constante de Rydberg R_∞ .

$$G = \frac{c^3 \alpha^{25}}{8\pi\beta h R_\infty^2} \quad (54)$$

En utilisant les équations (2) et (16) dans l'équation (35), G est défini en par une autre équation en fonction de la constante de Rydberg R_∞ .

$$G = \frac{c^2 \alpha^{23}}{4\pi\beta m_e R_\infty} \quad (55)$$

En utilisant les équations (31), (46), et (51), G est obtenu en fonction de la perméabilité du vide μ_0 ainsi que de la charge de l'électron q_e .

$$G = \frac{4\pi c^2 r_e^2 \alpha^{20}}{\beta \mu_0 q_e^2} \quad (56)$$

Avec les mêmes paramètres, nous obtenons G en utilisant les équations (31), (46) et (51).

$$G = \frac{4\pi r_e^2 \alpha^{20}}{\beta \varepsilon_0 q_e^2 \mu_0^2} \quad (57)$$

En utilisant les équations (31), (48) et (51) dans l'équation (39), G est défini en fonction de μ_0 , q_e et de la constante de Rydberg R_∞ .

$$G = \frac{c^2 \alpha^{26}}{4\pi\beta \mu_0 q_e^2 R_\infty^2} \quad (58)$$

En utilisant les équations (31) et (51) dans l'équation (58), G est défini en fonction de la permittivité du vide ε_0 et des mêmes paramètres que dans l'équation (58).

$$G = \frac{\alpha^{26}}{4\pi\beta \varepsilon_0 q_e^2 R_\infty^2 \mu_0^2} \quad (59)$$

En utilisant les équations (20) et (22), nous obtenons une équation de G définie selon la charge de l'électron q_e au numérateur ainsi que de la permittivité du vide ε_0 et de la masse m_e de l'électron. Cette équation peut aussi être obtenue de l'équation (28).

$$G = \frac{q_e^2 \alpha^{20}}{4\pi\beta \varepsilon_0 m_e^2} \quad (60)$$

En utilisant l'équation (51) dans l'équation (60), nous obtenons une équation similaire, mais en fonction de la vitesse de la lumière c et de la perméabilité du vide μ_0 .

$$G = \frac{\mu_0 q_e^2 c^2 \alpha^{20}}{4\pi\beta m_e^2} \quad (61)$$

Nous mettons l'emphase sur les équations (31) et (52) à (61) pour rendre possible l'obtention d'une valeur précise de la constante gravitationnelle

universelle G en surmontant les difficultés inhérentes aux mesures de ce paramètre de physique.

En utilisant les équations (46) et (60), nous obtenons G en fonction de la charge de Planck q_p .

$$G = \frac{q_p^2 \alpha^{21}}{4\pi\beta\epsilon_0 m_e^2} \quad (62)$$

En utilisant l'équation (51) dans l'équation (62), nous obtenons une équation similaire, mais en fonction de la vitesse de la lumière c et de la perméabilité du vide μ_0 .

$$G = \frac{\mu_0 q_p^2 c^2 \alpha^{21}}{4\pi\beta m_e^2} \quad (63)$$

En utilisant les équations (46) et (48) dans l'équation (58), nous obtenons G en fonction de la perméabilité du vide μ_0 et de la charge de Planck q_p .

$$G = \frac{4\pi c^2 r_e^2 \alpha^{19}}{\beta\mu_0 q_p^2} \quad (64)$$

En utilisant l'équation (51) dans l'équation (64), nous obtenons G en fonction de la perméabilité du vide μ_0 , de la permittivité du vide ϵ_0 et de la charge de Planck q_p .

$$G = \frac{4\pi r_e^2 \alpha^{19}}{\beta\epsilon_0 \mu_0^2 q_p^2} \quad (65)$$

En utilisant l'équation (51) dans l'équation (65), nous obtenons une équation en fonction de μ_0 , ϵ_0 , q_p , de la constante de Rydberg R_∞ .

$$G = \frac{c^2 \alpha^{25}}{4\pi\beta\mu_0 q_p^2 R_\infty^2} \quad (66)$$

En utilisant l'équation (51) dans l'équation (66), nous obtenons l'équation suivante en fonction de μ_0 , ϵ_0 , q_p et R_∞ .

$$G = \frac{\alpha^{25}}{4\pi\beta\epsilon_0 \mu_0^2 q_p^2 R_\infty^2} \quad (67)$$

En utilisant les équations (31), (50), (34) et (33), il est possible de déterminer G en fonction de la valeur moyenne de la température T du fond diffus de l'univers (CMB). En raison de l'incertitude planant sur ce paramètre, le résultat de cette équation est moins précis. Cependant, en utilisant la valeur de T présentée à l'équation (34), nous obtenons un résultat presque aussi précis que ceux des équations (31) et (52) à (59). La différence en précision vient de la constante de Boltzmann k_b qui légèrement moins précise que la plupart des autres constantes utilisées.

$$G = \frac{T k_b r_e}{m_e^2} \left(\frac{\pi^3 \alpha^{63}}{15 \beta^{10}} \right)^{1/4} \quad (68)$$

En utilisant l'équation (50) dans l'équation (68), nous obtenons une autre équation donnant G en fonction de T , k_b ainsi que de la constante de Planck h .

$$G = \frac{hTk_b}{m_e^3 c} \left(\frac{\alpha^{67}}{240\pi\beta^{10}} \right)^{1/4} \quad (69)$$

En utilisant l'équation (49) dans l'équation (68), nous obtenons une équation qui donne G en fonction de la température moyenne du fond diffus cosmologique de l'univers T , de la constante de Boltzmann k_b et de la charge de l'électron q_e .

$$G = \frac{16Tk_b r_e^3}{\mu_0^2 q_e^4} \left(\frac{\pi^{11} \alpha^{63}}{15\beta^{10}} \right)^{1/4} \quad (70)$$

En élevant l'équation (34) à la puissance 4, en isolant de celle-ci les paramètres requis pour égaler l'équation (31) et en remplaçant ces paramètres par G , nous obtenons une équation de G en fonction de la température moyenne T du fond diffus cosmologique et de la constante de Boltzmann k_b .

$$G = \frac{\pi^3 r_e^3 \alpha^3 k_b^4 T^4}{15m_e^5 c^6 \beta^7} \quad (71)$$

Les équations suivantes ne peuvent pas être utilisées comme outil pour calculer G avec précision.

En utilisant l'équation (5), G peut être défini en fonction de la masse apparente m_u de l'univers et de la constante de Hubble H_0 .

$$G = \frac{c^3}{m_u H_0} \quad (72)$$

En utilisant l'équation (7) dans l'équation (72), nous obtenons G en fonction du rayon de courbure apparent de l'univers R_u et de m_u .

$$G = \frac{R_u c^2}{m_u} \quad (73)$$

En utilisant les équations (31), (33) et (73), G peut être défini en fonction de R_u .

$$G = \frac{R_u c^2 \alpha^{39}}{m_e \sqrt{\beta}} \quad (74)$$

En utilisant les équations (7) et (74), nous obtenons G en fonction de la constante de Hubble H_0 . Cette équation aussi être obtenue en utilisant les équations (5), (20) et (23).

$$G = \frac{c^3 \alpha^{39}}{m_e H_0 \sqrt{\beta}} \quad (75)$$

En utilisant les équations (5) et (26), il est possible d'obtenir G en fonction de la constante de Rydberg R_∞ et de la masse apparente m_u de l'univers.

$$G = \frac{c^2}{4\pi m_u R_\infty \alpha^{16} \sqrt{\beta}} \quad (76)$$

En utilisant les équations (5), (7) et (27), nous obtenons G en fonction de la longueur de Planck L_p , de la masse apparente de l'univers m_u et de la constante de Rydberg R_∞ .

$$G = \frac{c^2}{16\pi^2 \beta L_p m_u R_\infty^2 \alpha^{7/2}} \quad (77)$$

En utilisant les équations (43), (44) et (45), G peut être défini en fonction des 3 unités principales de Planck, c'est-à-dire, la longueur de Planck L_p , la masse de Planck m_p et le temps de Planck t_p .

$$G = \frac{L_p^3}{m_p t_p^2} \quad (78)$$

En utilisant les équations (43), (45), (5) et (7), la valeur de G peut être obtenue en fonction de R_u , m_u , de la longueur de Planck L_p et du temps de Planck t_p .

$$G = \frac{R_u L_p^2}{m_u t_p^2} \quad (79)$$

En utilisant les équations (5), (18) et (21), nous obtenons une équation avec la masse m_{ph} associée avec le photon qui possède le plus bas niveau d'énergie ainsi qu'avec H_0 .

$$G = \frac{c^3 \alpha^{57}}{H_0 m_{ph}} \quad (80)$$

En utilisant les équations (5) et (24), il est possible d'obtenir G en fonction de la température moyenne T du fond diffus de l'univers, de la constante de Boltzmann k_b , de la masse associée au photon de moindre énergie m_{ph} , de la masse apparente m_u de l'univers et de la constante de Hubble H_0 .

$$G = \frac{ck_b T}{m_{ph} m_u H_0} \left(\frac{\pi^3 \alpha^{57}}{15 \beta^4 \alpha^2} \right)^{1/4} \quad (81)$$

En utilisant les équations (5), (20) et (25) nous obtenons une équation de G qui implique la température de Planck T_p , la constante de Boltzmann k_b , la constante de Planck h , la masse apparente de l'univers m_u et la constante de Hubble H_0 .

$$G = \frac{2\pi r_e k_b T_p c^2 \alpha^{57/6}}{h m_u H_0 \sqrt{\beta}} \quad (82)$$

En utilisant les équations (20), (21) et (80), nous obtenons une équation de G qui implique la masse m_{ph} et le temps de Planck t_p .

$$G = \frac{t_p c^3 \alpha^{57/2}}{m_{ph}} \quad (83)$$

Nous avons présenté plusieurs équations différentes (33 au total incluant l'équation (31)) qui peuvent définir la constante gravitationnelle G en fonction des différents paramètres de l'univers. Plusieurs autres équations pourraient probablement être trouvées en faisant d'autres combinaisons d'équations.

L'idée transmise par le CODATA 2014 [6] est que G "est indépendant des autres constantes". Nous voulions montrer que ce n'était peut-être pas le case. Les liens nécessaires ne font pas encore partie de la physique standard. Avec

les équations de G présents dans cet article, nous suggérons que certains des paramètres les plus importants de l'univers sont intimement liés, autant dans l'infiniment grand que dans l'infiniment petit et que la constante gravitationnelle G est probablement l'un d'eux.

7. Pourquoi G n'est pas réellement une constante?

Nous voulons expliquer pourquoi G ne peut pas être constant au cours du temps. Par la même occasion, nous montrerons pourquoi, mis à part la constante de structure fine α , la plupart des paramètres de l'univers ne sont probablement pas constants.

L'équation (75) montre un lien direct entre G et H_0 . Comme $1/H_0$ donne l'âge apparent de l'univers, H_0 n'est pas une constante même s'il peut apparaître constant aux yeux des observateurs pour une courte période de temps. Cela montre que G évolue probablement également au cours du temps.

La constante α est un des rares paramètres en physique qui est réellement constant. C'est parce qu'il représente le rapport entre deux nombres qui possèdent les mêmes unités. Par exemple, α peut être défini comme étant le rapport entre le rayon classique de l'électron r_e et le rayon de Compton r_c de l'électron. Il peut aussi être défini en fonction de la charge de l'électron q_e et la charge de Planck q_p .

$$\alpha = \frac{r_e}{r_c} = \frac{q_e^2}{q_p^2} \approx 7,2973525664(17) \times 10^{-3} \quad (84)$$

Plusieurs autres rapports impliquant des paramètres avec différentes unités peuvent définir α . Prenons, par exemple, le rapport de r_e et r_c . Si un quelconque phénomène influence la valeur du numérateur d'un facteur infiniment petit δ , le même phénomène influencera également le dénominateur dans les mêmes proportions avec le facteur δ .

$$\alpha = \frac{r_e (1 + \delta)}{r_c (1 + \delta)} \quad (85)$$

Mais, qu'est-ce qui arrive quand nous considérons c constant sans qu'il ne le soit? Examinons une autre équation qui définit α en fonction de c .

$$\alpha = \frac{q_e^2}{2\varepsilon_0 hc} \quad (86)$$

Maintenant, supposons que la vitesse de la lumière augmente au cours d'une année pour être $c(1+\delta)$. L'équation (86) deviendrait alors l'équation (87).

$$\alpha = \frac{q_e^2}{2\varepsilon_0 hc(1 + \delta)} \quad (87)$$

Si pour des raisons de métrologie, la valeur de c est gardée constante avec sa valeur actuelle, la valeur de α semblera divisée par le facteur $(1+\delta)$. Cependant, en assumant que la vitesse de la lumière est réellement en train d'augmenter au cours du temps, $(1+\delta) > 1$. Par conséquent, la valeur de α

semblerait décroître au cours du temps. C'est plus ou moins à cette conclusion qu'est arrivée l'équipe de Wilczynska [49]. Son équipe a réalisé 4 mesures directe de ce que devrait être α au moment de la création de l'univers, il y a environ 13 milliards d'années. Selon son équipe, $\Delta\alpha/\alpha \approx -2,18 \pm 7.27 \times 10^{-5}$.

Selon le modèle cosmologique d'Einstein de 1917, l'univers peut être associé à une sphère en 4 dimensions [50]. Contrairement à l'idée préconçue de l'univers statique qu'il avait en ce temps, Hubble a montré en 1929 que l'univers est aussi en expansion [10]. Le rayon de courbure apparent de l'univers R_u continue de croître en s'éloignant du centre de masse de l'univers [3]. En s'éloignant de celui-ci, la densité de l'univers décroît au cours du temps et l'indice de réfraction du vide décroît, ce qui permet une légère augmentation de la vitesse de la lumière dans le vide [3]. Présentement, cette dernière est définie comme étant c . Mais elle augmente très lentement au cours du temps. Sa variation au cours des années est tellement petite qu'elle n'est présentement pas mesurable par les instruments modernes, même après plusieurs décades.

En 1905, dans sa théorie de la relativité, Einstein a postulé que la vitesse de la lumière c dans le vide était constante [51]. Cette assumption est basée sur son intuition, et non sur des faits. En ce temps, c n'était connu qu'avec 5 ou 6 chiffres significatifs [52] et la valeur mesurée était différente d'une année à l'autre.

De nos jours, le principal instrument pour mesurer la vitesse de la lumière est le laser. L'ancêtre du laser, le maser (une sorte de laser fonctionnant dans micro-ondes), a été inventé en décembre 1953 par Charles H. Townes et son fonctionnement a été démontré en 1954 [53]. Quelques années plus tard, en 1958 le concept du premier laser fût créé [53]. Le laser était, pour la première fois, utilisé comme un instrument pour mesurer la vitesse de la lumière en 1972 par l'équipe d'Evenson [54] qui a mesuré une vitesse de $c \approx 299792456,2 \pm 1,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. En 1973, le Bureau International des Poids et Mesures recommandait l'utilisation de $c \approx 299792458 \pm 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ come valeur pour la vitesse de la lumière dans le vide et ensuite, en 1975, une résolution était adoptée pour que la valeur de la vitesse de la lumière soit considérée exacte avec la valeur de $c = 299792458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ [55]. Cette étape cruciale définie la vitesse de la lumière comme étant un standard immuable. La tâche des chercheurs s'est ensuite résumée à essayer d'utiliser ce standard pour définir le plus de constantes que possible. En 1983, le mètre était redéfini par le bureau International des Poids et Mesures comme étant la distante parcourue par la lumière en $1/299792458 \text{ s}$, ce qui implique que la valeur de c est maintenant considérée comme étant exacte [55].

En métrologie, la constance de la vitesse de la lumière c est maintenant un outil essentiel de calibration, parce que cette vitesse est utilisée comme référence pour plusieurs autres paramètres de l'univers. En gardant délibérément c "constant", même s'il augmente au cours du temps, cela a pour effet de donner l'impression que la plupart des paramètres en physique sont cons-

tants. C'est spécialement vrai pour les paramètres qui ont des unités de mesure. Il faut réaliser que tout ce concept est un dispositif mis en place pour faciliter la métrologie.

Une métrologie avec une vitesse de la lumière c qui augmente au cours du temps n'est pas pratique et est plutôt indésirable. Quand nous désirons comprendre l'évolution de l'univers, les physiciens ne devraient pas se permettre d'imposer la constance de la vitesse de la lumière comme cela est fait en métrologie, autrement, il y a un risque de créer des phénomènes inexplicables. À l'époque des croyances anthropologiques de Ptolemy, l'humanité pensait que la Terre était le centre immobile de l'univers et que toutes les étoiles tournaient autour d'elle. C'était une impossibilité de créer des équations mathématiques universelles qui pouvaient décrire correctement les mouvements de toutes les étoiles de l'univers. Cependant, la compréhension de notre univers a été grandement simplifiée suite aux découvertes de Copernic de l'héliocentrisme de 1511 à 1513 quand il écrivit : "De Hypothesibus Motuum Coelestium a se Constitutis Commentariolus" (known as "Commentariolus") [56]. Similairement, l'imposition de la constance de la lumière dans le vide peut priver l'humanité d'un modèle cosmologique plus facile à comprendre.

Plusieurs pourraient dire que la vitesse de la lumière c , que le rayon classique de l'électron r_e , que la constante de Rydberg R_∞ et plusieurs autres paramètres sont "constants". Cependant, sachant que l'univers est en expansion [10], personne ne doutera que la température du fond diffus de l'univers décroît au cours du temps. Dans un univers en expansion, la densité d'énergie est nécessairement en décroissance, ce qui requière une réduction de la température T au cours du temps. Au moment de sa formation, en raison de l'ionisation des gaz, la température moyenne de l'univers ne suivait pas la courbe des corps noirs [57]. Cependant, parce que l'univers, dans son ensemble, est homogène et isotopique et que son refroidissement a conduit sa température moyenne autour de 2.736(17) K [17], l'univers peut maintenant être vu comme un corps noir [58] qui radie son énergie et se refroidit. Les équations (68) à (71) et (81) à (82) montrent clairement un lien direct entre G et la température moyenne du fond diffus de l'univers, ce qui implique nécessairement que G n'est pas constant au cours du temps. Indirectement, cela montre également que plusieurs autres paramètres de l'univers ne sont pas constants puisque G a été défini en utilisant les mêmes paramètres dans d'autres équations. Pour que G puisse varier au cours du temps, d'autres paramètres doivent évoluer en même temps.

Présentement, l'énergie totale E_u contenue dans l'univers est une fonction de c^2 .

$$E_u = m_u c^2 \quad (88)$$

Cependant, comme mentionné au début de cet article, pendant que l'univers prend de l'expansion, la lumière accélère lentement. Comme il doit y avoir conservation de l'énergie E_u , la masse apparente de l'univers m_u doit diminuer lentement. En raison de l'équation (18), nous savons que le nombre

maximal de photons de longueur d'onde $2\pi R_u$ dans l'univers. Bien sûr, l'univers est plein d'autres photons avec d'autres longueurs d'onde, mais s'ils étaient tous de longueur d'onde $2\pi R_u$, il y aurait $N \approx 6,3 \times 10^{121}$ photons. Avec les équations (7), (18) et (21), nous obtenons l'équation (89).

$$m_u c^2 = N m_{ph} c^2 = \frac{N h c}{2\pi R_u} = \frac{N h H_0}{2\pi} = m_p c^2 \sqrt{N} = \frac{h c}{2\pi L_p} = \frac{h}{2\pi t_p} \quad (89)$$

Avec l'équation (89), nous constatons que lorsque la lumière accélère, le rayon de courbure apparent de l'univers R_u augmente, la masse de Planck m_p diminue et la longueur de Planck L_p augmente, la constante de Hubble H_0 diminue et le temps de Planck t_p augmente. Comme la masse, la longueur et le temps sont des dimensions de base de la plupart des constantes, nous concluons que probablement la plupart des constantes qui ont des dimensions évoluent au cours du temps. Comme tous ces événements arrivent au même moment, il n'y a pas d'impact notable dans nos vies. Encore une fois, si pour des raisons de métrologie, nous forçons la vitesse de la lumière à être constante et égale à c , nous redéfinirions continuellement et sournoisement toutes les dimensions et la constante de structure fine α semblerait changer au cours du temps, même si elle est réellement constante.

8. Conclusion

Cet article avait 3 buts. Le premier était de montrer que la valeur théorique de G de l'équation (31) est la bonne, même si durant les dernières années, le CODATA a montré des résultats légèrement plus élevés. Le second but était d'obtenir d'autres équations qui donnent G en fonction de différents paramètres de l'univers et ainsi démontrer que G leur est intimement lié. En troisième lieu, en utilisant ces équations, nous voulions montrer que G n'est pas constant dans le temps et dans l'espace.

Pour commencer, un graphique a été construit en analysant le nombre de plages de mesures de G interceptées (en utilisant 32 mesures relevées depuis 1930) pour chaque valeur potentielle de ce paramètre. L'utilisation de splines cubiques a rendu possible la mise en lumière de deux groupes de données. En essayant de réduire la différence des moindres carrés entre la courbe de splines cubiques et les valeurs mesurées du graphique, il est possible d'établir précisément le centre des deux groupes de mesures. Une très bonne estimation de la valeur théorique de G est obtenue en moyennant les valeurs de G qui correspondent aux deux sommets, qui correspond approximativement à la valeur théorique proposée de l'équation (31).

Comme le CODATA présente régulièrement des valeurs du second groupe, les mesures récentes de G peuvent être biaisées. Certains chercheurs peuvent avoir pensé être prudents en mettant de côté des résultats qui se tenaient trop loin de la valeur officielle de G .

L'analyse de différentes valeurs mesurées de G suggère qu'une erreur systématique est faite sur la plupart des mesures. En connaissant la grandeur de cette erreur, les chercheurs seront maintenant capables de traquer la source

de cette erreur.

Même si certaines expériences de mesures de G affichent de plus grandes précision que la valeur du CODATA, il doit être noté que chaque méthode et assemblage utilisé pour mesurer G sont biaisés différemment. Ainsi, l'écart dans les mesures de G suggèrent la présence d'une erreur inconnue. La valeur du CODATA est le résultat de moyennes statistiques de plusieurs méthodes qui sont elles-mêmes les résultats de multiples tests répétés. En utilisant différentes méthodes, la précision s'améliore selon l'équation $1/n^{1/2}$ où n représente le nombre d'expériences. Cette équation montre que même en faisant un grand nombre d'expériences, la racine carrée limite très rapidement la précision potentiellement atteignable. Sachant que seules 2 ou 3 nouvelles expériences sont menées chaque décennie, l'espoir de voir une nette amélioration de la précision de G n'est pas grande parce que, si la valeur du CODATA est le résultat moyen d'environ 30 expériences qui utilisent des méthodes différentes, l'erreur sera multipliée au mieux par un facteur d'environ 0.95 dans la prochaine décennie. Aussi, en utilisant une simple moyenne pour améliorer la précision de G en répétant les mêmes expériences encore et encore n'améliorera pas beaucoup la précision car la même erreur systématique sera répétée à chaque fois. En utilisant des moyennes statistiques, seules de nouvelles expériences peuvent réduire l'incertitude pesant sur la valeur de G .

L'idée d'utiliser des splines cubiques pour faire ressortir plus précisément deux groupes de mesures au lieu d'utiliser des moyennes statistiques pourrait être réutilisée de la même manière avec la constante de Hubble H_0 car il semble y avoir deux groupes de données [59] et la valeur théorique publiée dans *Journal of Modern Physics* [3] (voir l'équation (33)) se situe quelque part entre ces deux groupes.

Pour montrer l'interdépendance de G avec les autres paramètres de l'univers, nous avons listé plusieurs équations qui rendent possible de calculer G . Certaines équations rendent possible de calculer G de manière purement théorique en utilisant des paramètres considérés précis. Ces équations représentent peut-être des outils qui permettront de traquer les différentes sources d'erreurs dans les mesures de G . Les différents paramètres utilisés dans ces équations permettent également de questionner la constance de G puisque la température moyenne T du fond diffus de l'univers et H_0 ne sont pas constants en raison de l'expansion de l'univers.

Cet article met en évidence le fait qu'il y a deux manières d'utiliser la vitesse de la lumière c . En métrologie, ce paramètre est délibérément imposé comme étant constant pour être utilisé comme un étalon reproductible. Mais ce point de vue ne semble pas utile quand le but est de comprendre l'évolution de l'univers. En imposant la constance de c pourrait mener certains à conclure qu'il y a des incohérences dans l'évolution de certains paramètres. À l'échelle de l'univers, quelques dizaines ou centaines d'années d'expériences en métrologie et de mesures ne représentent pas plus qu'une photographie instantanée des paramètres de l'univers prise durant une scène qui s'étend sur plu-

sieurs milliards d'années.

9. Conflits d'intérêt

L'auteur déclare qu'il n'a aucun conflit d'intérêt en relation avec la publication de cet article.

10. Références

- [1] Newton I (1686) "Philosophiae Naturalis Principia Mathematica", S. Pepys, Reg. Soc. Praeses, Londre, pp. 1-520.
<https://doi.org/10.5479/sil.52126.39088015628399>
- [2] Cavendish H (1798) "Experiments to Determine the Density of the Earth". Philosophical Transactions of the Royal Society of London (part II), vol. 88 pp. 469-526. <https://doi:10.1098/rstl.1798.0022>
- [3] Mercier C (2019) "Calculation of the Universal Gravitational Constant, of the Hubble Constant, and of the Average CMB Temperature", Journal of Modern Physics, vol.10, no 6, pp. 641-662. <https://doi.org/10.4236/jmp.2019.106046>
- [4] Einstein A (1916) "The Foundation of the General Theory of Relativity", Annalen der Physik, vol. 49. <https://doi.org/10.4324/9780203198711>
- [5] Maddox J (1995) "Systematic errors in "Big G?", Nature, vol. 377, pp. 573. <https://doi.org/10.1038/377573a0>
- [6] Mohr PJ, Newell DB et Taylor BN (2016) "CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2014", Rev. Mod. Phys., vol. 88, no 3. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.88.035009>
- [7] Einstein A (1916) "Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes", Annalen der Physik, 35, pp. 898-908. <https://doi.org/10.1002/andp.19113401005>
- [8] Grøn, Ø (2016) "Celebrating the centenary of the Schwarzschild solutions", American Journal of Physics, v. 84, no. 7, pp. 537. <https://doi.org/10.1119/1.4944031>
- [9] Carvalho JC (1995) "Derivation of the Mass of the Observable Universe", International Journal of Theoretical Physics, vol. 34, no 12, pp. 2507-2509. <https://doi.org/10.1007/BF00670782>
- [10] Hubble E (1929) "A Relation Between Distance and Radial Velocity Among Extra-Galactic Nebulae", Proc. N.A.S., vol. 15, no 3, pp. 168-1973. <https://doi.org/10.1073/pnas.15.3.168>
- [11] Mercier C (2019) "Calculation of the Mass of the Universe, the Radius of the Universe, the Age of the Universe and the Quantum of Speed", Journal of Modern Physics, vol.10, no 6, pp. 980-1001. <https://doi.org/10.4236/jmp.2019.108065>
- [12] Zichichi A (2000) "From the Planck Length to the Hubble Radius", Proceedings of the International School of Subnuclear Physics, vol. 36, pp. 1-708. <https://doi.org/10.1142/4318>
- [13] Dirac PAM (1938) "A New Basis for Cosmology", Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, v. 165, no. 921, pp. 199-208. <https://doi.org/10.1098/rspa.1938.0053>
- [14] Dirac PAM (1974) "Cosmological Models and the Large Numbers Hypothesis", Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, v. 338, issue 1615, pp. 439-446. <https://doi.org/10.1098/rspa.1974.0095>

- [15] Ade PAR et al. (2016) "Planck 2015 Results XIII. Cosmological Parameters", *Astronomy & Astrophysics manuscript no. Planck parameters 2015*, v. 594, pp. 1-67. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201525830>
- [16] Bonamente M, Joy MK, La Roque SJ et Carlstrom JE (2005) "Determination of the Cosmic Distance Scale from Sunyaev-Zel'dovich Effect and Chandra X-ray Measurements of High Redshift Galaxy Clusters", *The Astrophysical Journal*, v. 647, no 1, pp. 1-62. <https://doi.org/10.1086/505291>
- [17] Gush HP (1981) "Rocket Measurement of the Submillimeter Cosmic Background Spectrum", *Physical Review Letters*, vol. 47, no 10, pp. 745-748. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.47.745>
- [18] Salvatelli V, Marchini A, Lopez-Honorez L et Mena O (2013) "New constraints on Coupled Dark Energy from the Planck Satellite Experiment", *Physical Review, D* 88.023531, v. 88, no 2, pp. 9. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.88.023531>
- [19] Taylor BN, Parker WH et Langenberg DN (1969), "Determination of e/h , Using Macroscopic Quantum Phase Coherence in Superconductors: Implications for Quantum Electrodynamics and the Fundamental Physical Constants", *Reviews of Modern Physics*, v. 41, n. 3. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.41.375>
- [20] Li Q, Xue C, Liu J et al. (2018) "Measurements of the gravitational constant using two independent methods", *Nature*, vol. 560, pp. 582-588. <https://doi:10.1038/s41586-018-0431-5>
- [21] Tiesinga E, Mohr PJ, Newell DB et Taylor BN (2019) "CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2018", NIST. https://physics.nist.gov/cuu/pdf/wall_2018.pdf
- [22] Newman R, Bantel M, Berg E et Cross W (2014) "A measurement of G with a cryogenic torsion pendulum", *Phil. Trans. R. Soc. A*, vol. 372, no 2026. <https://doi.org/10.1098/rsta.2014.0025>
- [23] Rosi G, Sorrentino F, Cacciapuoti L, Prevedelli M et Tino GM (2014) "Precision measurement of the Newtonian gravitational constant using cold atoms", *Nature*, vol. 510, pp. 518-521. <https://doi.org/10.1038/nature13433>
- [24] Quinn T, Speake C, Parks H, and Davis R (2014) "The BIPM measurements of the Newtonian constant of gravitation, G ", *Phil. Trans. R. Soc. A*, vol. 372, no 2026. <https://doi.org/10.1098/rsta.2014.0032>
- [25] Mohr PJ, Taylor BN et Newell DB. (2012) "CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2010" *Rev. Mod. Phys.*, vol. 84, no 4, pp. 1527-1605. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.84.1527>
- [26] Parks HV et Faller JE (2010) "Simple pendulum determination of the gravitational constant", *Phys. Rev. Lett.*, vol. 105, no 11. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.110801>
- [27] Tu LC et al. (2010) "New determination of the gravitational constant G with time-of-swing method", *Phys. Rev. D*, vol. 82, no 2. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.82.022001>
- [28] Luo J et al. (2009) "Determination of the Newtonian gravitational constant G with time-of-swing method", *Phys. Rev. Lett.*, vol. 102, no 24. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.240801>
- [29] Mohr PJ, Taylor BN et Newell DB (2008) "CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2006", *Rev. Mod. Phys.*, vol. 80, no 2, pp. 633-730. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.80.633>
- [30] Schlamminger S et al. (2006) "Measurement of Newton's gravitational constant", *Phys. Rev. D*, vol. 74, 082001. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.74.082001>

- [31] Hu ZK, Guo JQ, and Luo J (2005) "Correction of source mass effects in the HUST-99 measurement of G", Phys. Rev. D, vol. 71, no 12.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevD.71.127505>
- [32] Armstrong TR et Fitzgerald MP (2003) "New measurements of G using the measurement standards laboratory torsion balance", Phys. Rev. Lett., vol. 91, no 20.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.91.201101>
- [33] Mohr PJ et Taylor BN (2005) "CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2002", Rev. Mod. Phys., vol. 77, no 1, pp. 1–107.
<https://doi.org/10.1103/RevModPhys.77.1>
- [34] Kleinevoß Ulf (2002) "Bestimmung der Newtonschen Gravitationskonstanten", G. PhD thesis, Univ. Wuppertal. <https://core.ac.uk/download/pdf/33795826.pdf>
- [35] Quinn TJ, Speake CC, Richman SJ, Davis RS, and Picard A (2001) "A new determination of G using two methods", Phys. Rev. Lett., vol. 87, no 11.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.111101>
- [36] Gundlach JH et Merkwowitz SM (2000) "Measurement of Newton's constant using a torsion balance with angular acceleration feedback", Phys. Rev. Lett., vol. 85, no 14, pp. 2869–2872. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.85.2869>
- [37] Fitzgerald MP et Armstrong TR (1999) "The Measurement of G Using the MSL Torsion Balance", Measurement Science and Technology, vol. 10, no 6, p. 439.
<https://doi.org/10.1088/0957-0233/10/6/305>
- [38] Mohr PJ et Taylor BN (2000) "CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 1998", Rev. Mod. Phys., vol. 72, no 2, pp. 351–495.
<https://doi.org/10.1103/RevModPhys.72.351>
- [39] Bagley CH et Luther GG (1997) "Preliminary results of a determination of the Newtonian constant of gravitation: a test of the Kuroda hypothesis", Phys. Rev. Lett., vol. 78, no 16, pp. 3047–3050.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.78.3047>
- [40] Karagioz O et Izmailov V (1996) "Measurement of the gravitational constant with a torsion balance", Meas. Tech., vol. 39, pp. 979–987.
<https://doi.org/10.1007/BF02377461>
- [41] Standish EM (1995) "Report of the IAU WGAS Sub-group on Numerical Standards", Proceeding of the International of the Astronomical Union, pp. 180-184.
<https://doi.org/10.1017/S1539299600010893>
- [42] Cohen ER et Taylor BN (1987) "The 1986 adjustment of the fundamental physical constants", Reviews of Modern Physics, American Physical Society (APS), vol. 59, version 4, pp. 1121-1148. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.59.1121>
- [43] Luther GG et Towler WR (1982) "Redetermination of the Newtonian gravitational constant G", Phys. Rev. Lett., vol. 48, no 3, pp. 121–123.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.48.121>
- [44] Sagitov MU et al. (1979) "New determination of the Cavendish gravitational constant", Akademiia Nauk SSSR, Doklady, vol. 245, pp. 567-569.
[Bibcode: 1979DoSSR.245..567S](https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1979DoSSR.245..567S)
<https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1979DoSSR.245..567S/abstract>
Original en russe (pour corriger les erreurs dans le résumé en anglais du texte de Sagitov's):
http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrmid=dan&paperid=42607&option_lang=rus
- [45] Cohen ER et Taylor BN (1973) "The 1973 least-squares adjustment of the fundamental constants", J. Phys. Chem. Ref. Data 2, pp. 663–734.
<https://doi.org/10.1063/1.3253130>

- [46] Pontikis C (1972) "Détermination de la constante de gravitation par la méthode de résonance", Acad. Sci. Ser. B, tome 274, p. 437.
- [47] Taylor BN, Parker WH et Langenberg DN (1969) "Determination of e/h , using macroscopic quantum phase coherence in superconductors: implications for quantum electrodynamics and the fundamental physical constants", Rev. Mod. Phys., vol. 41, no 3, pp. 375-496. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.41.375>
- [48] Heyl PR (1930) "A Redetermination of the Constant of Gravitation", Bureau of Standard Journal of Research, vol. 5, version 6, pp. 1242-1290. <https://doi.org/10.6028/jres.005.074>
- [49] Wilczynska MR et al. (2020) "Four direct measurements of the fine-structure constant 13 billion years ago", Science Advances, vol. 6, no 17, pp 1-9. <https://doi.org/10.1126/sciadv.aay9672>
- [50] Einstein A (1917) Kosmologische betrachtungen zur allgemeinen relativitätstheorie. Sitzungsber. K. Preuss. Akad. Wiss. 142-152. Translation in English in H.A. Lorentz, et al., eds. (1952) The principle of relativity. Dover Publications, Mineola, New York, pp. 175-188. [Bibcode: 1917SPAW.....142E](https://doi.org/10.1002/andp.19053221004)
- [51] Einstein A (1905) "On the Electrodynamics of Moving Bodies" (Zur Elektrodynamik bewegter Körper), Annalen der Physik, vol. 322, no 10, pp. 891-921. <https://doi.org/10.1002/andp.19053221004>
- [52] Mulligan JF (1976) "Some recent determinations of the velocity of light. III", American Journal of Physics, vol. 44, no. 10, 960. <https://doi.org/10.1119/1.10241>
- [53] Boyd R (2015) "Charles H. Townes (1915-2015)", Nature, vol. 519, no 292. <https://doi.org/10.1038/519292a>
- [54] Evenson KM et al. (1972) "Speed of Light from Direct Frequency and Wavelength Measurements of the Methane-Stabilized Laser", Phys. Rev. Lett., vol. 29, no 9, 1346. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.29.1346>
- [55] Bernard J et Blanc-Lapierre A (1983) "17e Conférence Générale des Poids et Mesures - Comptes Rendus", BIPM, France, pp. 1-114. <https://www.bipm.org/en/CGPM/db/17/1/>
- [56] Goddu A (2016), "Ludwik Antoni Birkenmajer and Curtis Wilson on the Origin of Nicholas Copernicus's Heliocentrism", Isis, vol. 107, no 2, pp.225-253. <https://doi.org/10.1086/687031>
- [57] Peebles PJE (1965) "The Black-Body Radiation Content of the Universe and the Formation of Galaxies", The Astrophysical Journal, vol. 142, no 4, pp. 1317-1326. <https://doi.org/10.1086/148417>
- [58] Roeder RC et Chambers RH (1967) "Blackbody Radiation and the Eddington-Lemaître Universe", Nature, vol. 216, pp. 774-775. <https://doi.org/10.1038/216774a0>
- [59] Verde L, Treu T et Riess AG (2019) "Tensions between the early and late Universe", Nature Astronomy, vol. 3, pp. 891-895. <https://doi.org/10.1038/s41550-019-0902-0>

11. Annexe A (Logiciel Delphi 3.0)

```
// Ce logiciel essaie de trouver une valeur de G à partir de 32 valeurs
// mesurées qui minimise la somme des moindres carrés.
// Il doit être compilé en Delphi 3.0 (16-bit) qui peut être « ravivé »
// pour fonctionner sur un ordinateur 64-bit computer grâce au logiciel
// Long Bow disponible à https://www.longbowsoftware.com/Reviver.php
unit Unit1;
interface
uses
    Windows, Messages, SysUtils, Classes, Graphics, Controls, Forms, Dialogs,
    StdCtrls, OleCtrls, graphsv3;

type
    TForm1 = class(TForm)
        LabelBestValueOfG: TLabel; //Label écrit "Meilleure valeur de G ="
        BestValueOfG: TLabel; //Label pour écrire le résultat
        LabelLeastSquareSum: TLabel; //Label écrit "Somme moindre carrés"
        LeastSquareSum: TLabel; //Label pour écrire le résultat
        LabelGa: TLabel; //Label écrit "Ga ="
        Ga: TLabel; //Label pour écrire le résultat
        LabelGb: TLabel; //Label écrit "Gb ="
        Gb: TLabel; //Label pour écrire le résultat
        LabelG0: TLabel; //Label écrit "G[0] ="
        G0: TLabel; //Label pour écrire le résultat
        LabelnbInt0: TLabel; //Label écrit "Nombre d'interceptions[0] ="
        nbInt0: TLabel; //Label pour écrire le résultat
        LabelG1: TLabel; //Label écrit "G[1] ="
        G1: TLabel; //Label pour écrire le résultat
        LabelnbInt1: TLabel; //Label écrit "Nombre d'interceptions[1] ="
        nbInt1: TLabel; //Label pour écrire le résultat
        LabelG2: TLabel; //Label écrit "G[2] ="
        G2: TLabel; //Label pour écrire le résultat
        LabelnbInt2: TLabel; //Label écrit "Nombre d'interceptions[2] ="
        nbInt2: TLabel; //Label pour écrire le résultat
        LabelG3: TLabel; //Label écrit "G[3] ="
        G3: TLabel; //Label pour écrire le résultat
        LabelnbInt3: TLabel; //Label écrit "Nombre d'interceptions[3] ="
        nbInt3: TLabel; //Label pour écrire le résultat
        LabelG4: TLabel; //Label écrit "G[4] ="
        G4: TLabel; //Label pour écrire le résultat
        LabelnbInt4: TLabel; //Label écrit "Nombre d'interceptions[4] ="
        nbInt4: TLabel; //Label pour écrire le résultat
    end;
end.
```



```
procedure FormCreate(Sender: TObject);

private { Private declarations }
public { Public declarations }
end;

const
  n = 5; //Nombre de noeuds
  nbG =32; //Nombre de mesures de G

type
  vector = array[0..n-1] of extended;

var
  Form1: TForm1;
  x, y: vector; //Vecteurs contenant les coordonnées de chaque noeud
  a, b, c, d: vector; //Vecteurs contenant les coefficients a à d des segments
  G, T: array[0..2*nbG] of extended;
  nbInt: array[0..2*nbG] of extended; //Vecteur des nombres d'interceptions
  Sgn: array[1..2*nbG] of integer; //Tableau des signes
  LS: extended = 0; //Valeur des moindres carrés
  m: array[0..n-1,0..n-1] of extended;
  h, f, s: vector;
  TopSplineCurve1,TopSplineCurve2: extended;
  StartIncrement_x, StartIncrement_y, StopPPM: extended;
  Range: integer; //Plage de recherche dans la procedure BestEstimateOfG

implementation
{$R *.DFM}

{*****
Crée une courbe de splines à partir de tous les noeuds x[i],y[i] où i:=0 à n-1.
Cette procédure retourne les coefficients a[i], b[i], c[i], d[i] pour tous les
segments des polynômes du troisième degré i=0 à n-2
*****}
procedure CreateSplineCurve;
var
  i, j: integer;
  k: extended;
begin
  for i:=n-1 downto 1 do
    begin
      if (x[i]<>x[i-1]) then f[i]:=(y[i]-y[i-1])/(x[i]-x[i-1]) else f[i]:=1E99;
      h[i-1]:=x[i]-x[i-1];
    end;
```

```

//***** Formation des matrices h, s, f *****//
for i:=1 to n-2 do
  begin
    m[i,i]:=2*(h[i-1]+h[i]);
    if(i<>1)then
      begin
        m[i,i-1]:=h[i-1];
        m[i-1,i]:=h[i-1];
      end;
    m[i,n-1]:=6*(f[i+1]-f[i]);
  end;
//***** Élimination avant *****//
for i:=1 to n-3 do
  begin
    if m[i,i]<>0 then k:=(m[i+1,i]/m[i,i]) else k:=1E99;
    for j:=1 to n-1 do m[i+1,j]:=m[i+1,j]-k*m[i,j];
  end;
//***** Élimination arrière *****//
for i:=0 to n-1 do s[i]:=0;
for i:=n-2 downto 1 do
  begin
    k:=0;
    for j:=i to n-2 do k:=k+m[i,j]*s[j];
    if m[i,i]<>0 then s[i]:=(m[i,n-1]-k)/m[i,i] else s[i]:=1E99;
  end;
//***** Trouve les coefficients a,b,c,d pour chaque segment *****//
for i:=0 to n-2 do
  begin
    if h[i]<>0 then a[i]:=(s[i+1]-s[i])/(6*h[i]) else a[i]:=1E99;
    b[i]:=s[i]/2;
    if h[i]<>0 then
      c[i]:=(y[i+1]-y[i])/h[i]-(2*h[i]*s[i]+s[i+1]*h[i])/6
    else
      c[i]:=1E99;
    d[i]:=y[i];
  end;
end; //Fin de CreateSplineCurve

```

{*****

Cette procédure commence par créer un tableau de $2 \cdot \text{nbG}$ valeurs croissantes de $G[i]$ avec les tolérances $T[i]$ et les signes $\pm \text{sgn}[i]$.

Le résultat ultime est qu'elle construit avec le tableau précédent un tableau du nombre d'intersections $\text{nbInt}[i]$ des plages de valeurs de G .

Dans tous les cas $i:=1$ à $2 \cdot \text{nbG}$.

```

*****}
procedure CreateTableOfIntGRanges;
var
  i, j, Dsgn: integer;
  DG, DT: extended; //Valeurs bidons G et T utilisées pour mettre G en
                    //ordre croissant
begin
  CreateSplineCurve;
  G[1]:=6.674484;   T[1]:=0.000078; //Qing Li et al. (Q-AAF-2018)
  G[2]:=6.674184;   T[2]:=0.000078; //Qing Li et al. (Q-TS-2018)
  G[3]:=6.6743;     T[3]:=0.00015; //Tiesinga et al. (CODATA 2018)
  G[4]:=6.67435;   T[4]:=0.00013; //Newman et al. (N-TB-2014)
  G[5]:=6.67191;   T[5]:=0.00099; //Rosi et al (R-AI-2014)
  G[6]:=6.67554;   T[6]:=0.00016; //Quinn et al. (Q-FDEC-2014)
  G[7]:=6.67408;   T[7]:=0.00031; //Mohr PJ et al. (CODATA 2014)
  G[8]:=6.67384;   T[8]:=0.0008; //Mohr PJ et al. (CODATA 2010)
  G[9]:=6.67234;   T[9]:=0.00014; //Parks et Faller (PF-FPC-2010)
  G[10]:=6.67349;  T[10]:=0.00018; //Tu et al. (T-TS-2010)
  G[11]:=6.67349;  T[11]:=0.00018; //Luo et al. (L-TS-2009)
  G[12]:=6.67428;  T[12]:=0.00067; //Mohr PJ et al. (CODATA 2006)
  G[13]:=6.67425;  T[13]:=0.00012; //Schlamminger (S-BB-2006)
  G[14]:=6.67222;  T[14]:=0.00087; //Hu et al. (H-TS-2005)
  G[15]:=6.67387;  T[15]:=0.00027; //Armstrong et al. (A-EC-2003)
  G[16]:=6.6742;   T[16]:=0.001; //Mohr PJ et al. (CODATA 2002)
  G[17]:=6.67422;  T[17]:=0.00098; //Kleinevoß (K-FPC-2002)
  G[18]:=6.67559;  T[18]:=0.00027; //Quinn et al. (Q-FDEC-2001)
  G[19]:=6.674215; T[19]:=0.000092; //Gundlach/Mer. (GM-AAF-2000)
  G[20]:=6.6742;   T[20]:=0.0007; //Fitzgerald/Arm.(FA-TB-1999a)
  G[21]:=6.6746;   T[21]:=0.001; //Fitzgerald/Arm.(FA-TB-1999b)
  G[22]:=6.673;    T[22]:=0.01; //Mohr PJ et al. (CODATA 1998)
  G[23]:=6.67398;  T[23]:=0.0007; //Bagley & Luther (BL-TS-1997)
  G[24]:=6.6729;   T[24]:=0.0005; //Karagioz/Iz. (KI-TS-1996)
  G[25]:=6.67259;  T[25]:=0.0003; //Standish (ST-STAT-1995)
  G[26]:=6.67259;  T[26]:=0.00085; //Cohen ER et al. (CODATA 1986)
  G[27]:=6.6726;   T[27]:=0.0005; //Luther/Towler (LT-TS-1982)
  G[28]:=6.674485; T[28]:=0.0008; //Sagitov (S-TS-1979)
  G[29]:=6.672;    T[29]:=0.0041; //Cohen ER et al. (CODATA 1973)
  G[30]:=6.6714;   T[30]:=0.0006; //Pontiskis et al (P-TS-1972)
  G[31]:=6.6732;   T[31]:=0.0031; //Taylor BN et al.(CODATA 1969)
  G[32]:=6.67;     T[32]:=0.005; //Hayl PR (H-TB-1930)
  for i:=nbG+1 to 2*nbG do
    begin
      G[i]:=G[i-nbG];
      T[i]:=T[i-nbG];
      sgn[i-nbG]:=1;
    end
end

```

```

    sgn[j]:=-1;
    end;
for j:=1 to 2*nbG-1 do
    begin
    for i:=j+1 to 2*nbG do
        begin
        if G[i]+sgn[i]*T[i]<G[j]+sgn[j]*T[j] then
            begin
            DG:=G[j];
            DT:=T[j];
            Dsgn:=sgn[j];
            G[j]:=G[i];
            T[j]:=T[i];
            sgn[j]:=sgn[i];
            G[i]:=DG;
            T[i]:=DT;
            sgn[i]:=Dsgn;
            end;
        end;
        if j=1 then nbInt[j]:=1 else nbInt[j]:=nbInt[j-1]-sgn[j];
        end;
    end; //Fin de CreateTableOfIntGRanges

```

```

{*****
Utiliser cette fonction pour évaluer la courbe de splines à la coordonnée xx.
La fonction retournera la coordonnée yy de la courbe.
*****}

```

```

function Spline_yy(xx: extended): extended;
    var
        i: integer;
    begin
        Spline_yy:=0;
        for i:=0 to n-2 do
            begin
                if (x[i]<=xx)and(xx<=x[i+1]) then
                    Spline_yy:=((a[i]*(xx-x[i])+b[i])*(xx-x[i])+c[i])*(xx-x[i])+d[i];
                end;
            end;
        end; //Fin de Spline_yy

```

```

{*****
Utiliser cette fonction pour trouver les deux maximums de la courbe de
splines.
*****}

```

```

procedure FindSplineMax_xx;
var
  i, j, sign, nb: integer;
  SecondDerivative, In_xx: extended;
  Max_xx: array[0..n] of extended;
begin
  nb:=0;
  for i:=1 to n-1 do Max_xx[i]:=0;
  for i:=0 to n-2 do
    begin
      sign:=1;
      for j:=1 to 2 do
        begin
          //***** Un maximum/minimum est trouvé avec la dérivée première
          if a[i]<>0 then
            begin
              if (b[i]*b[i]-3*a[i]*c[i]>0) then
                In_xx:=((3*a[i]*x[i]-b[i]+sign*sqrt(b[i]*b[i]-3*a[i]*c[i])))/(3*a[i]))
              else
                In_xx:=0;
            end
          else
            In_xx:=1E30;
          //***** Si la seconde dérivée est négative, c'est un maximum
          SecondDerivative:=6*a[i]*(In_xx-x[i])+b[i];
          //***** Nous testons si In_xx est dans la plage et si c'est un maximum
          if (x[i]<=In_xx)and(In_xx<=x[i+1])and(SecondDerivative<0) then
            begin
              nb:=nb+1;
              Max_xx[nb]:=In_xx;
            end;
          sign:=-1;
        end;
      end;
    end;
  TopSplineCurve1:=Max_xx[1];
  TopSplineCurve2:=Max_xx[2];
end; //Fin de FindSplineMax_xx

```

```

{*****
Cette fonction retourne la somme de tous les carrés des différences entre la
valeur du spline et le nombre d'interceptions des plages de G.
*****}

```

```

function EvaluateLS: extended;
var

```

```

    i: integer;
    Error: extended;
begin
CreateSplineCurve;
Error:=0;
for i:=1 to 2*nbG do
    Error:=Error+sqr(Spline_yy(G[i]+sgn[i]*T[i])-nbInt[i]);
EvaluateLS:=Error;
end; //Fin de EvaluateLS

```

```

{*****
Cette fonction recherche et retourne la meilleure estimation de G.
*****}

```

```

function BestEstimateOfG:extended;
var
    i, x1, x2, x3, y0, y1, y2, y3, y4: integer;
    Max_xx: vector; //Vecteur contenant les 2 valeurs maximales
    Modified: boolean;
    NewG, InitialG, DLS, Valeur, Increment: extended;
    Dx, ix, Dy, iy: array[0..n-1] of extended;
begin
Increment:=1;
FindSplineMax_xx;
NewG:=(TopSplineCurve1+TopSplineCurve2)/2;
LS:=EvaluateLS;
repeat
    begin
        Modified:=False;
        FindSplineMax_xx;
        InitialG:=(TopSplineCurve1+TopSplineCurve2)/2;
        DLS:=LS;
        for i:=0 to 4 do
            begin
                ix[i]:=x[i]; //Garde la valeur initiale de x[i]
                Dx[i]:=x[i];
                iy[i]:=y[i]; //Garde la valeur initiale de y[i]
                Dy[i]:=y[i];
            end;
        for x1:=-Range to Range do
            begin
                Valeur:=ix[1]+StartIncrement_x*Increment*x1;
                if Valeur<=ix[0]+StartIncrement_x then
                    x[1]:=ix[0]+StartIncrement_x
                else

```

```
if Valeur>=ix[4]-3*StartIncrement_x then
  x[1]:=ix[4]-3*StartIncrement_x
else
  x[1]:=Valeur;
for x2:=-Range to Range do
  begin
  Valeur:=ix[2]+StartIncrement_x*Increment*x2;
  if Valeur<=ix[1]+StartIncrement_x then
    x[2]:=ix[1]+StartIncrement_x
  else
    if Valeur>=ix[4]-2*StartIncrement_x then
      x[2]:=ix[4]-2*StartIncrement_x
    else
      x[2]:=Valeur;
  for x3:=-Range to Range do
    begin
    Valeur:=ix[3]+StartIncrement_x*Increment*x3;
    if Valeur<=ix[2]+StartIncrement_x then
      x[3]:=ix[2]+StartIncrement_x
    else
      if Valeur>=ix[4]-StartIncrement_x then
        x[3]:=ix[4]-StartIncrement_x
      else
        x[3]:=Valeur;
    for y0:=-Range to Range do
      begin
      y[0]:=iy[0]+StartIncrement_y*Increment*y0;
      for y1:=-Range to Range do
        begin
        y[1]:=iy[1]+StartIncrement_y*Increment*y1;
        for y2:=-Range to Range do
          begin
          y[2]:=iy[2]+StartIncrement_y*Increment*y2;
          for y3:=-Range to Range do
            begin
            y[3]:=iy[3]+StartIncrement_y*Increment*y3;
            for y4:=-Range to Range do
              begin
              y[4]:=iy[4]+StartIncrement_y*Increment*y4;
              LS:=EvaluateLS;
              //Keeps the best values of G[i] and nbInt[i]
              if LS<DLS then
                begin
                  Modified:=true;
                  DLS:=LS;
                end
              end
            end
          end
        end
      end
    end
  end
end
```



```
//Construit un tableau d'interceptions pour les différentes plages de G
//pour les valeurs de chaque fin de plage.
CreateTableOfIntGRanges;
```

```
//Montre les résultats des calculs dans Form1
BestValueOfG.Caption:=FloatToStrF(BestEstimateOfG,ffFixed,15,15);
LeastSquareSum.Caption:=FloatToStrF(LS,ffFixed,15,15);
Ga.Caption:=FloatToStrF(TopSplineCurve1,ffFixed,15,15);
Gb.Caption:=FloatToStrF(TopSplineCurve2,ffFixed,15,15);
G0.Caption:=FloatToStrF(x[0],ffFixed,15,15);
nbInt0.Caption:=FloatToStrF(y[0],ffFixed,15,15);
G1.Caption:=FloatToStrF(x[1],ffFixed,15,15);
nbInt1.Caption:=FloatToStrF(y[1],ffFixed,15,15);
G2.Caption:=FloatToStrF(x[2],ffFixed,15,15);
nbInt2.Caption:=FloatToStrF(y[2],ffFixed,15,15);
G3.Caption:=FloatToStrF(x[3],ffFixed,15,15);
nbInt3.Caption:=FloatToStrF(y[3],ffFixed,15,15);
G4.Caption:=FloatToStrF(x[4],ffFixed,15,15);
nbInt4.Caption:=FloatToStrF(y[4],ffFixed,15,15);
end; //Fin de TForm1.FormCreate
```

```
end.
```