Liens entre la température de Beckenstein-Hawking et la température de Hagedorn

Claude Mercier ing., 16 décembre, 2013 claude.mercier@gctda.com
Rév. 17 octobre, 2015

Un trou noir est une masse dont la densité est si grande qu'elle influence l'indice de réfraction du vide autour d'elle au point de créer un horizon à l'intérieur duquel aucune lumière ne peut s'en échapper.

Quelques temps après que Jacob Beckenstein prédit qu'un trou noir devait avoir une température et une entropie non nulle, Stephen Hawking prédisait, en 1974, qu'il devait aussi produire une radiation qu'il baptisa le "rayonnement Hawking" [1]. *Ce rayonnement est à la base de l'évaporation des trous noirs au cours du temps. En raison de ce rayonnement, un trou noir possède une température de surface, appelée température de Beckenstein-Hawking (parfois nommée simplement température de Hawking), qui est inversement proportionnelle à sa masse. Pour un trou noir massif, cette température est extrêmement basse.*

À l'autre extrême des échelles de températures, il existe, pour une masse donnée, une température si élevée que toute la matière est transformée sous forme d'énergie pure (sous forme de photons). Cette limite théorique de température, découverte en 1963, est appelée la température de Hagedorn [2,3]. *Contrairement à la température de Beckenstein-Hawking, la température de Hagedorn est proportionnelle à la masse de l'objet en cause.*

Grâce à l'hypothèse des grands nombres de Dirac et à certains de nos travaux antérieurs qui raffinent cette hypothèse, nous avons établi certaines relations entre la température de Beckenstein-Hawking et la température de Hagedorn. Grâce à la constante β *(qui représente le rapport entre la vitesse d'expansion de l'univers matériel et la vitesse de la lumière) provenant de travaux sur l'accélération de la lumière au cours du temps* [4]*, nous établissions même certains liens avec les caractéristiques de l'électron.*

MOTS CLÉS : Température, Beckenstein, Hawking, Hagedorn, Planck, univers, électron

1. INTRODUCTION

Grâce à l'hypothèse des grands nombres de Dirac, certains astrophysiciens tels que Sidharth [2] constatent qu'il semble y avoir un lien entre la température de Beckenstein-Hawking et celle de Hagedorn. En raison de l'imprécision des grands nombres en cause, ils ne sont malheureusement pas en mesure de poser l'égalité dans leurs équations. Grâce aux raffinements que nous avons apportés sur la nature de ces grands nombres (qui, en fait, découlent tous d'un seul nombre que nous avons baptisé *N*), nous sommes en mesure d'établir des relations exactes entre la température de Beckenstein-Hawking et celle de Hagedorn. Nous sommes mêmes en mesure de faire certains liens avec les caractéristiques classiques de l'électron.

Comme le lecteur le constatera, nous avons trouvé une multitude d'équations qui pourraient toutes être démontrées à l'aide d'équations simples de base. Cependant, bien qu'elles soient relativement simples à faire, elles sont nombreuses. Notre but n'est donc pas de faire les démonstrations puisqu'elles représenteraient une perte de temps inutile. Nous nous contenterons d'énoncer les équations de départ qui peuvent servir à faire les démonstrations et ensuite à lister les différentes relations trouvées. Il appartiendra au lecteur de faire les démonstrations. Cependant, avant d'en faire la liste, nous nous sommes assurés que toutes ces relations peuvent être démontrées comme étant exactes pour peu que les équations **(1)** à **(15)** soient considérées exactes.

2. VALEURS DE QUELQUES PARAMÈTRES UTILES

2.1. Constante de Hubble théorique H_0 provenant de travaux antérieurs

Dans des travaux antérieurs, nous avons déjà montré que la constante de Hubble H_0 pouvait s'exprimer par une équation dont la précision dépendait de la vitesse de la lumière c, de la constante de structure fine α et du rayon classique de l'électron r_e.

$$H_0 = \frac{c \cdot \alpha^{19} \cdot \beta^{1/2}}{r_e} \quad \textbf{(1)}$$

$$H_0 \approx 72{,}09548632 \pm 0{,}00000046\,\mathrm{km}/(s \cdot MPar\,\mathrm{sec}) \quad \textbf{(2)}$$

Selon le CODATA 2010 [7] :

- Vitesse actuelle de la lumière dans le vide $c \approx 299792458$ m/s
- Constante structure fine $\alpha \approx 7{,}2973525698 \pm 0{,}0000000024 \times 10^{-3}$
- Rayon classique électron $r_e \approx 2{,}8179403267 \pm 0{,}0000000027 \times 10^{-15}$ m

La valeur de β est un nombre pur. Elle exprime le rapport entre la vitesse d'expansion de l'univers matériel et la vitesse de la lumière dans le vide c [4] :

$$\beta = 3 - \sqrt{5} \approx 0{,}764 \quad \textbf{(3)}$$

Nous verrons que cette constante est très importante dans l'évaluation de plusieurs constantes de physique connues (telles que H_0 et G) et dans plusieurs liens que nous établirons entre la température de Beckenstein-Hawking T_B et de Hagedorn T_H.

La valeur de la constante de Hubble H_0 obtenue en **(1)** est compatible avec celle de Xiaofeng Wang et son équipe [12] qui ont obtenu la mesure suivante: $H_0 = 72,1 \pm 0,9$ km/(s·MParsec). Nous utiliserons donc notre équation dans le présent article pour décrire la constante de Hubble H_0.

2.2. Constante gravitationnelle universelle G théorique provenant de travaux antérieurs

Dans des travaux antérieurs, nous avons déjà montré que la constante de gravitation universelle G peut être décrite avec grande précision en utilisant l'équation suivante qui dépend principalement de la constante de structure fine α, du rayon classique de l'électron r_e , de sa masse m_e et de la vitesse de la lumière dans le vide c :

$$G = \frac{c^2 \cdot r_e \cdot \alpha^{20}}{m_e \cdot \beta} \approx 6{,}67323036 \pm 0{,}0000003 \times 10^{-11} \text{ m}^3 / \left(kg \cdot s^2\right) \qquad \textbf{(4)}$$

Selon le CODATA 2010 [7] :

- Constante gravitation universelle $G \approx 6{,}67384 \pm 0{,}00080 \times 10^{-11}$ m^3/(kg·s^2)
- La masse au repos de l'électron $m_e \approx 9{,}10938291 \pm 0{,}00000040 \times 10^{-31}$ kg.

Étant donné que la valeur obtenue en **(4)** est compatible à la marge d'erreur du CODATA 2010, nous utiliserons cette valeur dans le présent article pour décrire la constante de gravitation universelle G.

2.3. Nombre N de Dirac

En 1974, Dirac fit l'hypothèse que certains grands nombres revenaient constamment lorsque nous faisions le rapport de certains nombres [8]. Nous avons établi que tous ces nombres provenaient en fait d'un seul grand nombre N qui est de l'ordre de 10^{121} [9]. En appliquant différents exposants rationnels à N (par exemple ½, ⅓, etc.), nous obtenons des nombres qui ont le même ordre de grandeur que tous les grands nombres de l'hypothèse originale de Dirac.

Dans des travaux antérieurs [9], nous avons montré que si nous associons une masse m_{ph} aux photons qui ont comme longueur d'onde la circonférence apparente de l'univers (c'est-à-dire $2 \cdot \pi \cdot R_u$), le nombre N correspondait alors au nombre maximal de ces photons pouvant exister dans notre univers de masse apparente m_u.

La masse associée à un photon de longueur d'onde $2{\cdot}\pi{\cdot}R_u$ (circonférence apparente de l'univers) est donnée par m_{ph} [13]:

$$m_{ph} = \frac{h}{2 \cdot \pi \cdot R_u \cdot c} = \frac{h \cdot H_0}{2 \cdot \pi \cdot c^2} \approx 2{,}74 \times 10^{-69}\,\text{kg} \tag{5}$$

La masse apparente de l'univers est donnée par l'équation suivante [14,15] :

$$m_u = \frac{c^3}{G \cdot H_0} \approx 1{,}73 \times 10^{53}\,\text{kg} \tag{6}$$

Dans d'autres travaux que nous avons déjà présentés [10], nous avons fait l'hypothèse que N était intimement relié à la constante de structure fine α.

$$N = \frac{m_u}{m_{ph}} = \frac{1}{\alpha^{57}} \approx 6{,}30 \times 10^{121} \tag{7}$$

Cette conjecture nous a permis de trouver les équations **(1)** et **(4)**. Pour l'instant, nous ne pouvons pas faire la démonstration formelle des équations **(1)**, **(4)** et **(7)** à partir de théories connues. Cependant, la véracité de celles-ci est indirectement démontrée par le fait que nous pouvons calculer très précisément [11], à l'aide de ces dernières, la masse de l'électron m_e en obtenant exactement la même valeur de masse de l'électron m_e que le CODATA 2010 [7]. Considérant que la masse de l'électron m_e est décrite avec plus de huit chiffres significatifs et que nous obtenons les mêmes chiffres [11], nous considérons que cette situation ne peut être statistiquement le fruit du hasard.

2.4. Relation entre le rayon de courbure apparent de l'univers R_u et le rayon classique de l'électron r_e

Le rayon de courbure apparent de l'univers (parfois appelé rayon de Hubble [16], rayon de l'univers [18], rayon de courbure de l'espace-temps [19]) est normalement donné par l'équation suivante :

$$R_u = \frac{c}{H_0} \approx 1{,}28 \times 10^{26}\,\text{m} \tag{8}$$

Cependant, grâce à la valeur de la constante de Hubble H_0 de l'équation **(1)**, nous sommes en mesure de déterminer précisément la valeur du rayon de courbure apparent de l'univers R_u :

$$R_u = \frac{r_e}{\beta^{1/2} \cdot \alpha^{19}} = \frac{r_e \cdot N}{\beta^{1/2}} \approx 1{,}2831078806 \pm 0{,}0000000081 \times 10^{26}\,\text{m} \tag{9}$$

Plusieurs autres méthodes sont décrites dans un document que nous avons publié précédemment [6].

L'équation **(9)** nous permettra de trouver certaines équations mettant en relation la température de Beckenstein-Hawking T_B , la température de Hagedorn T_H et le rayon classique de l'électron r_e .

2.5. Température de Beckenstein-Hawking T_B

Suite à des travaux de Beckenstein, Stephan Hawking découvrit, en 1974, que, tout comme un corps noir idéal, les trous noirs émettaient un rayonnement qui était la cause de l'évaporation de ceux-ci au cours du temps [1]. Il découvrit le lien théorique (fonction $T_B(m)$) qui permit de calculer la température T_B de surface (à l'horizon) des trous noirs en fonction de leur masse m [2].

$$T_B(m) = \frac{\hbar \cdot c^3}{8 \cdot \pi \cdot k_b \cdot G \cdot m} = \frac{h \cdot c^3}{16 \cdot \pi^2 \cdot k_b \cdot G \cdot m} \qquad \textbf{(10)}$$

Nous réalisons que la température T_B est d'autant plus basse que la masse du trou noir considérée est élevée.

2.6. Température de Hagedorn T_H

Einstein a montré que nous pouvions convertir en pure énergie E (en photons) une quantité de matière donnée, de masse m, par l'équation suivante [5] :

$$E = m \cdot c^2 \qquad \textbf{(11)}$$

L'énergie thermique E_t d'un corps possédant une température T est donnée par l'équation suivante :

$$E_t = k_b \cdot T \qquad \textbf{(12)}$$

En faisant égaler les équations **(11)** et **(12)** et en supposant que l'énergie thermique est telle que toute la masse m se transforme entièrement en photons, nous obtenons la fonction $T_H(m)$ suivante qui donne la température de Hagedorn T_H en fonction de la masse m :

$$T_H(m) = \frac{m \cdot c^2}{k_b} \qquad \textbf{(13)}$$

Il est possible, entre autres, de trouver cette équation dans différents travaux de Sidharth [2] et de Sivaram [3].

Nous réalisons que contrairement à la température de Beckenstein-Hawking, la température de Hagedorn T_H est d'autant plus haute que la masse considérée est élevée.

2.7. Température de Planck T_P

Dans le cas particulier où la masse m est celle de la masse de Planck m_p dans l'équation **(13)**, la température de Hagedorn T_H de l'équation **(13)** devient égale à la température de Planck T_P (voir équation **(14)**). Étant donné que la masse de Planck m_p correspond au niveau d'énergie le plus élevé qu'une particule peut atteindre, la température de Planck correspond à la température la plus élevée qui puisse exister. Un peu comme le zéro absolu, la température de Planck T_P correspond à l'extrémité la plus élevée de l'échelle des températures.

$$T_P = \frac{m_p \cdot c^2}{k_b} \approx 1{,}4169 \times 10^{32} \text{ °K} \tag{14}$$

Ici, la masse de Planck m_p correspond à :

$$m_p = \sqrt{\frac{h \cdot c}{2 \cdot \pi \cdot G}} \tag{15}$$

3. DÉVELOPPEMENT

3.1. Relations entre la température de Beckenstein-Hawking et de Hagedorn

Voici quelques égalités intéressantes sans chercher à faire le développement mathématique de chacune. Nous laissons au lecteur le soin de les démontrer à l'aide des équations énoncées précédemment.

Malgré l'égalité de certaines équations, nous mettons en garde le lecteur sur le fait que certaines égalités sont purement mathématiques puisque dans les faits, la valeur de certaines températures dépasserait la température de Planck T_p, ce qui est physiquement impossible. Par exemple, les combinaisons suivantes sont impossibles : $T_H(m_u)$, $T_B(m_{ph})$, $T_H(m_e)$.

Alors, compte tenu de cette mise en garde, voici les différentes équations :

$$N = \frac{8 \cdot \pi \cdot T_B(m_{ph})}{T_H(m_{ph})} = \frac{T_H(m_u)}{8 \cdot \pi \cdot T_B(m_u)} \tag{16}$$

$$N=\left(\frac{T_B(m_{ph})}{T_B(m_p)}\right)=\left(\frac{T_B(m_p)}{T_B(m_u)}\right)^2=\left(\frac{T_H(m_p)}{T_H(m_{ph})}\right)^2=\left(\frac{T_H(m_u)}{T_H(m_p)}\right)^2 \tag{17}$$

$$N=\left(\frac{8\cdot\pi\cdot T_B(m_{ph})}{T_H(m_p)}\right)^2=\left(\frac{8\cdot\pi\cdot T_B(m_p)}{T_H(m_{ph})}\right)^2 \tag{18}$$

$$N=\left(\frac{T_H(m_p)}{8\cdot\pi\cdot T_B(m_u)}\right)^2=\left(\frac{T_H(m_u)}{8\cdot\pi\cdot T_B(m_p)}\right)^2 \tag{19}$$

$$N=\left(\frac{T_H(m_u)}{T_H(m_{ph})}\right)=\left(\frac{T_B(m_{ph})}{T_B(m_u)}\right) \tag{20}$$

$$N=\left(\frac{\beta^{1/2}\cdot T_H(m_u)}{8\cdot\pi\cdot\alpha\cdot T_B(m_e)}\right)^3=\left(\frac{\beta^{1/2}\cdot T_H(m_e)}{8\cdot\pi\cdot\alpha\cdot T_B(m_u)}\right)^3=\left(\frac{8\cdot\pi\cdot\alpha^2\cdot T_B(m_e)}{\beta\cdot T_H(m_e)}\right)^3 \tag{21}$$

$$N=\frac{\alpha^2\cdot T_B^2(m_e)}{\beta\cdot T_B^2(m_p)}=\frac{\alpha^2\cdot T_H^2(m_p)}{\beta\cdot T_H^2(m_e)} \tag{22}$$

$$N=\left(\frac{8\cdot\pi\cdot\alpha\cdot T_B(m_e)}{\beta^{1/2}\cdot T_H(m_{ph})}\right)^{3/2}=\left(\frac{8\cdot\pi\cdot\alpha\cdot T_B(m_{ph})}{\beta^{1/2}\cdot T_H(m_e)}\right)^{3/2} \tag{23}$$

Voici une égalité intéressante lorsque nous calculons les températures T_B et T_H en fonction de la masse de Planck m_p :

$$8\cdot\pi\cdot T_B(m_p)=T_H(m_p) \tag{24}$$

Une autre équation intéressante est la suivante :

$$T_B(m_i)\cdot T_H(m_i)=T_B(m_n)\cdot T_H(m_n) \tag{25}$$

Ici, m_i et m_n sont des masses quelconques. Cette équation est facile à démontrer puisque la multiplication des équations **(10)** et **(13)** fait en sorte d'annuler la masse m. Le produit de $T_B(m)$ et $T_H(m)$ devient donc indépendant de la masse.

4. CONCLUSION

Il existe des liens entre la température de Beckenstein-Hawking et la température de Hagedorn. Le rapport de ces températures trouve aussi son écho dans le rapport entre le rayon de courbure apparent de l'univers r_u et le rayon classique de l'électron r_e.

Comme le lecteur l'aura constaté, il est possible d'établir une multitude de liens. Cependant, nous aimerions mentionner que tous ces liens ne seraient pas possibles sans la constante β qui provient de nos recherches sur l'accélération de la lumière en fonction du temps. Ces liens renforcent encore une fois l'hypothèse que la lumière accélère au cours du temps selon notre modèle de l'univers [4].

5. RÉFÉRENCES

[1] Hawking, S. W., *Nature*, London, v. 248, 1974, p. 30-31 .

[2] Sidharth, B. G., "The Thermodynamic Universe ", *World Scientific Publishing Co.*, New Jersey, USA , 2008, p. 58 (pour l'équation de Hagedorn) et 252 (pour les équations de Hagedorn et de Beckenstein-Hawking).

[3] Sivaram, C. et Venzo De Sabbata, "Maximum Acceleration and Magnetic Field in the Early Universe", *Astrophysics and Space Science*, Belgique, v. 176, 1991, p.145-148.

[4] Mercier, Claude, "La vitesse de la lumière ne serait pas constante", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 8 octobre 2011, article disponible sur Internet à : www.pragtec.com/physique/

[5] Einstein, Albert, "On the Electrodynamics of Moving Bodies ", *The Principle of Relativity (Dover Books on Physics)*, New York, Dover Publications, 1952 (article original de 1905), pp. 35-65.

[6] Mercier, Claude, "Calcul du rayon de courbure apparent de l'univers", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 9 juin 2013, article disponible sur Internet à : www.pragtec.com/physique/

[7] "Latest (2010) Values of the Constants", NIST Standard Reference Database 121, dernière mise à jour : avril 2012, article Internet à : http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html

[8] Dirac, P. A. M., "Cosmological Models and the Large Numbers Hypothesis", *Proceedings of the Royal Society*, Grande-Bretagne, 1974, pp. 439-446.

[9] Mercier, Claude, "Hypothèse sur les grands nombres de Dirac menant à la constante de Hubble et à la température du fond diffus de l'univers", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 4 février 2013, article disponible sur Internet à : www.pragtec.com/physique/

[10] Mercier, Claude, "Calcul de la constante gravitationnelle universelle *G*", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 13 mars 2013, article disponible sur Internet à : www.pragtec.com/physique/

[11] Mercier, Claude, "Solution à la mystérieuse équation de Weinberg", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 2 avril 2013, article disponible sur Internet à : www.pragtec.com/physique/

[12] Wang, Xiaofeng et al., "Determination of the Hubble Constant, the Intrinsic Scatter of Luminosities of Type Ia SNe, and Evidence for Non-Standard Dust in Other Galaxies", mars 2011, pp. 1-40, arXiv:astro-ph/0603392v3

[13] Mercier, Claude, "Calcul du quantum de vitesse et de la vitesse limite des objets", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 14 janvier 2013, article disponible sur Internet à : www.pragtec.com/physique/

[14] Carvalho, Joel C., "Derivation of the Mass of the Observable Universe", *International Journal of Theoretical Physics*, v. 34, no 12, décembre 1995, p. 2507.

[15] Mercier, Claude, "Calcul de la masse apparente de l'univers", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 5 mai 2012, article disponible sur Internet à : www.pragtec.com/physique/

[16] Vargas, J. G. et D.G. Torr, "Gravitation and Cosmology: From the Hubble Radius to the Planck Scale", *Springer*, v. 126, 2003, pp. 10.

[17] Einstein, Albert, "La relativité", *Petite Bibliothèque Payot*, v. 25, Paris, édition originale de 1956 de Gauthier-Villar reprise intégralement par les éditions Payot & Rivages pour l'édition de 2001, pp. 220.

[18] Sepulveda, L. Eric, "Can We Already Estimate the Radius of the Universe", *American Astronomical Society*, 1993, p. 796, paragraphe 5.17.

[19] Silberstein, Ludwik, "The Size of the Universe: Attempt at a Determination of the Curvature Radius of Spacetime", *Science*, v. 72, novembre 1930, p. 479-480.