Calcul du rayon de courbure apparent de l’univers

Claude Mercier ing., 9 juin, 2013, claude.mercier@gctda.com
Rév. 17 octobre, 2015

Depuis le début de son existence, l’univers est en expansion [1]. *Son expansion se fait à la vitesse de la lumière* [2], *du moins pour sa partie lumineuse. Si l’univers est une immense sphère en expansion à la vitesse de la lumière c dans le vide, son rayon de courbure apparent R_u peut facilement être déduit* [3] *en faisant le produit de la vitesse c par l’âge apparent de l’univers (correspondant à l’inverse de la constante de Hubble H_0)* [4].

La valeur calculée ne correspond pas nécessairement à la réalité. En effet, la notion de « rayon de courbure » que nous utilisons est locale. Si l’univers est sphérique, ce rayon correspond au rayon de la sphère. Si l’univers possède une morphologie plus complexe (par exemple, la forme d’une cacahuète ou d’un tore), le rayon de courbure correspond alors à une notion locale que nous essayons d’associer à une sphère et ne peut nullement s’étendre au reste de l’univers. Le paramètre calculé correspond cependant à une certaine réalité qui peut être associée à notre univers, du moins localement.

Le fait que nous qualifions d’ « apparent » le rayon de courbure R_u fait référence au fait que le rayon calculé n’est vrai que pour la vitesse de la lumière actuelle c. Comme nous prétendons que la lumière accélère au cours du temps en raison de l’expansion de l’univers, il se peut que la véritable distance parcourue depuis sa création soit différente de celle calculée. Le rayon de courbure « apparent » que nous calculons ici équivaut à trouver le rayon de courbure d’une sphère qui serait en expansion à une vitesse constante égale à la vitesse de la lumière actuelle c.

Dans ce document, nous proposerons différentes méthodes pour calculer R_u. Une des meilleures méthodes que nous trouverons montrera qu’il existe une étroite relation entre l’infiniment grand (l'univers) et l’infiniment petit (au niveau de l'électron). Cependant, la meilleure précision est obtenue en utilisant la constante de Rydberg R_∞. Nous obtenons alors $R_u \approx 1{,}2831078806 \pm 0{,}0000000068 \times 10^{26}$ m.

Grâce aux lois de la relativité d'Einstein, nous savons qu'il est impossible que l’univers matériel soit en expansion à la vitesse c, sinon l'énergie requise serait infinie. Nous calculerons donc le rayon de courbure apparent r_u qui correspond à notre position apparente actuelle par rapport à l’origine apparent de la sphère d’expansion de l’univers. Nous montrerons que $r_u \approx 9{,}802071983 \pm 0{,}000000052 \times 10^{25}$ m.

De plus, nous calculerons aussi le rayon de courbure apparent de l’horizon [3] *de l’univers* $r_h \approx 6{,}058013646 \pm 0{,}000000032 \times 10^{25}$ m.

MOTS CLÉS : Rayon, Hubble, univers, électron, Rydberg

1. INTRODUCTION

Commençons par mentionner que le terme "rayon de courbure apparent de l'univers" est propre aux notions que nous voulons laisser transparaître dans cet article. Certains auteurs feront référence à cette même valeur sous différents vocables: "facteur d'échelle" [17], "rayon de Hubble" [18], "rayon de l'univers" [19], "grosseur de l'univers" [20], "rayon de courbure de l'espace-temps" [20] et bien d'autres.

En considérant que les limites de l'univers lumineux sont délimitées par l'ensemble des lieux où il y a présence de photons, les limites de l'univers sont en expansion. L'univers n'est pas statique tel qu'Einstein aurait bien souhaité le concevoir dans sa cosmologie de l'univers [5]. Hubble a constaté, par observation, que l'univers est en expansion [1]. Si nous modélisons l'univers lumineux par une sphère en extension, son rayon de courbure apparent est R_u , du moins localement.

Même si l'univers lumineux est en expansion à la vitesse de la lumière c, l'expansion de l'univers matériel ne peut cependant pas se faire à cette vitesse. Selon un modèle de l'univers que nous avons présenté par le passé [3], nous sommes arrivés à la conclusion que l'univers matériel devait être en expansion à une vitesse de $\beta \cdot c \approx 0{,}76 \cdot c$. Son rayon de courbure apparent est nécessairement inférieur à R_u.

Comme la lumière accélère au cours du temps [3], il est possible de trouver un moment dans l'histoire de l'univers où la vitesse de la lumière était nulle. À cet instant, le rayon de courbure apparent de l'univers était égal à r_h. Ce rayon est celui de l'horizon de l'univers.

Les origines des trois sphères (de l'univers lumineux, matériel et de l'horizon de l'univers) sont superposées. La sphère de l'univers matériel étant imbriquée dans celle de l'univers lumineux. La sphère de l'horizon étant imbriquée dans les deux précédentes [3].

Dans cet article, nous désirons calculer de manière précise les valeurs apparentes des rayons de courbure de R_u, r_u et r_h. Pour ce faire, nous commencerons par faire un rappel des valeurs des constantes de Hubble H_0 et de gravitation universelle G que nous avons calculées dans de précédents articles [6]. En utilisant ces paramètres, nous calculerons le rayon de courbure apparent de l'univers lumineux de différentes manières tout en évaluant la précision des résultats présentés. Cela nous permettra d'évaluer quelle méthode est la plus précise parmi celles présentées. À partir de cette méthode, nous calculerons la valeur du rayon de courbure apparent de l'univers r_u à notre position actuelle dans l'univers et la valeur du rayon de courbure apparent de l'horizon de l'univers r_h.

Rappelons que les valeurs précises de H_0 et G utilisées dans cet article ont pu être mises à l'épreuve en les utilisant dans un calcul théorique de la masse de l'électron m_e [7]. Ce calcul est basé sur une version améliorée (grâce à la valeur de la constante β calculée dans notre article sur l'accélération de la lumière [3] ainsi qu'à la valeur de la constante de structure fine α) de l'équation empirique de Weinberg [15,16]. Ayant obtenu une valeur théorique identique à celle mentionnée dans la référence mondiale des constantes de physique qui est le CODATA [8], nous concluons qu'elles sont plus précises que les valeurs de H_0 et G prônées jusqu'ici par le CODATA (pour G) et par tous les résultats publiés jusqu'à ce jour (pour la valeur de H_0).

Certains prétendront qu'il peut sembler utopique de calculer avec autant de précision les valeurs théoriques de R_u, r_u et r_h. Cependant, au fur et à mesure que les connaissances de l'être humain s'améliorent, les valeurs des différents paramètres de l'univers se précisent. Tant et aussi longtemps que les valeurs observées concordent avec les valeurs théoriques présentées ici, nous conclurons que notre modèle de l'univers concorde. Le jour où les deux valeurs divergeront des incertitudes, notre modèle devra être revu et raffiné.

2. VALEURS DE QUELQUES PARAMÈTRES UTILES

2.1. Constante de Hubble H_0 théorique provenant de travaux antérieurs

Plusieurs équipes de recherche à travers le monde ont développé leur propre manière de mesurer la constante de Hubble, et obtiennent des résultats qu'ils espèrent le plus précis possible. Avec un recul, nous constatons aussi que certains résultats sont probablement présentés avec des marges d'erreur qui ne se recoupent pas. Ne connaissant pas tous les détails qui ont mené à ces résultats, il devient difficile de donner plus de crédit à l'une ou l'autre des méthodes de mesure.

Dans des travaux antérieurs [6,7] que nous avons rendus disponibles sur Internet, nous montrions que la valeur de la constante de Hubble H_0 pouvait s'exprimer par une équation dont la précision dépendait principalement de la vitesse de la lumière c, de la constante de structure fine α et du rayon classique de l'électron r_e.

$$H_0 = \frac{c \cdot \alpha^{19} \cdot \beta^{1/2}}{r_e} \tag{1}$$

$$H_0 \approx 72{,}09548632 \pm 0{,}00000046\,\mathrm{km}/(s \cdot MPar\sec) \tag{2}$$

Selon le CODATA 2010 [8] :

- Vitesse de la lumière dans le vide actuelle $c \approx 299792458$ m/s
- Constante structure fine $\alpha \approx 7{,}2973525698 \pm 0{,}0000000024 \times 10^{-3}$
- Rayon classique électron $r_e \approx 2{,}8179403267 \pm 0{,}0000000027 \times 10^{-15}$ m

La valeur de β est un nombre pur. Elle exprime le rapport entre la vitesse d'expansion de l'univers matériel et la vitesse de la lumière dans le vide c [3] :

$$\beta = 3 - \sqrt{5} \approx 0{,}764 \tag{3}$$

Notre méthode pour obtenir H_0 ne provient pas de mesures directes [6,7]. Elle suppose, entre autres, qu'il y a un lien théorique entre ce paramètre et les constantes utilisées dans l'équation **(1)**.

Puisque les calculs du présent document sont basés sur des équations dépendantes de H_0, la précision de ce paramètre nous semble cruciale. Si toutes les hypothèses que nous avons faites par le passé s'avèrent vraies, il est dans la suite logique que nous utilisions ces résultats de calculs… jusqu'à ce que nous soyons confrontés à un phénomène qui infirme ce que nous avons trouvé.

Ayant tout de même comme souci de présenter des valeurs qui sont corroborées par des recherches indépendantes, notons que la valeur de H_0 obtenue en **(2)** est en accord avec celle mesurée par Xiaofeng Wang [9] et son équipe qui obtenait $H_0 \approx 72{,}1 \pm 0{,}9$ km/(s·MParsec).

2.2. Constante gravitationnelle universelle *G* théorique provenant de travaux antérieurs

Puisque certains calculs du présent document sont basés sur des équations dépendantes de G, la précision de ce paramètre nous semble cruciale. Tout comme pour la constante de Hubble, il est dans la suite logique que nous utilisions nos résultats de calculs provenant de travaux antérieurs [6]. Par conséquent, la constante de gravitation universelle G peut être décrite avec grande précision en utilisant l'équation suivante qui dépend principalement de la constante de structure fine α, du rayon classique de l'électron r_e, de sa masse m_e et de la vitesse de la lumière dans le vide c :

$$G = \frac{c^2 \cdot r_e \cdot \alpha^{20}}{m_e \cdot \beta} \approx 6{,}67323036 \pm 0{,}0000003 \times 10^{-11}\ \mathrm{m}^3/\left(kg \cdot s^2\right) \qquad \textbf{(4)}$$

Selon le CODATA 2010 [8] :

- Constante gravitation universelle $G \approx 6{,}67384 \pm 0{,}00080 \times 10^{-11}\ \mathrm{m}^3/(\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^2)$
- La masse au repos de l'électron $m_e \approx 9{,}10938291 \pm 0{,}00000040 \times 10^{-31}$ kg

Notons que la valeur de la constante gravitationnelle universelle *G* obtenue par l'équation **(4)** est en accord avec celle mentionnée dans le CODATA 2010 [8]. Étant donné que nous prétendons que la valeur de l'équation **(4)** est plus précise que celle du CODATA, nous utiliserons avantageusement cette valeur pour le restant de présent article. En effet, elle nous permettra de conclure à la fin que nous sommes en mesure de calculer précisément la valeur de la masse de l'électron, ce qui aurait été impossible à faire avec la valeur de *G* provenant du CODATA [8].

3. RAYON DE COURBURE APPARENT DE L'UNIVERS R_u

3.1. Signification du terme «rayon de courbure apparent »

Certains seront tentés de croire que notre document laisse penser que l'univers est une sphère de rayon R_u. Ceci n'est pas tout à fait vrai. Nous voulons apporter une nuance importante. Quelque soit l'état réel des choses dans l'univers, il semble y avoir une courbure locale de l'espace qui nous laisse croire que l'univers est sphérique de rayon R_u. Mais ce n'est pas nécessairement le cas. C'est pour cette raison que nous ajoutons, par prudence, le terme « apparent ». L'univers peut très bien ne pas être sphérique et avoir, par exemple, la forme d'une cacahuète, d'un tore ou autre. Mais localement, l'espace semble courbé de telle sorte à nous laisser croire qu'il est sphérique et de rayon R_u. La valeur de R_u peut être vue comme un paramètre caractéristique de l'univers qui est utile pour décrire le rayon de courbure local de l'univers.

3.2. Hypothèse d'homogénéité et d'isotropie

Au risque de se répéter, il se peut très bien que R_u ne représente pas la réalité. Cette dernière est complexe dans ses détails. Lorsque nous parlons de l'univers dans son entier, nous ne pouvons assurément pas parler des particularités locales de l'espace. Nous sommes obligés de traiter l'ensemble comme un mélange homogène et isotrope.

Sans que nous en soyons conscients, nos calculs macroscopiques sont les résultats statistiques de phénomènes microscopiques chaotiques. Par exemple, la loi de gravitation universelle de Newton peut être déduite des lois statistiques de Poisson [10]. À l'échelle microscopique, il est impossible de savoir avec certitude le comportement des particules et des événements. Seuls les résultats statistiques sont connus. De même, au niveau du système solaire et galactique, l'espace ne semble pas homogène. Mais à l'échelle de l'univers, l'espace peut statistiquement être traité comme un mélange homogène.

Ceci dit, dans ce document, nous chercherons à déterminer différentes méthodes pour quantifier la valeur du rayon de courbure apparent de l'univers R_u. Parmi ces méthodes, nous essayerons d'identifier celle qui semble être la plus précise en fonction du calcul d'incertitude relié à chaque équation.

3.3. Calcul d'erreur

Pour connaître la valeur de l'incertitude reliée aux différentes équations, nous utiliserons le radical de la somme des carrés des différences entre les calculs de R_u utilisant les valeurs du CODATA 2010 [8] et les calculs de R_u utilisant tour à tour les valeurs augmentées des erreurs absolues de chaque constante.

Par exemple, supposons le cas où R_u varie en fonction de r_e, β et α comme nous le verrons sous peu à l'équation **(15)**. La valeur de β est un nombre irrationnel exact. Il n'y a donc pas d'erreur sur cette valeur. Nous ferons donc le calcul suivant en supposant que Δr_e et $\Delta\alpha$ sont les erreurs absolues pesant sur r_e et α respectivement.

$$\text{Erreur} = \sqrt{\left(R_u(r_e,\alpha) - R_u(r_e+\Delta r_e,\alpha)\right)^2 + \left(R_u(r_e,\alpha) - R_u(r_e,\alpha+\Delta\alpha)\right)^2} \tag{5}$$

3.4. Valeur de R_u découlant d'une vitesse de la lumière constante dans le temps

Einstein a postulé que la vitesse de la lumière était toujours la même partout [11,14]. Selon nous, il n'avait pas les outils pour vérifier si son postulat était valide au cours du temps. D'ailleurs, même avec la technologie actuelle, plusieurs sont encore convaincus que la vitesse de la lumière est constante dans le temps. La preuve est que le CODATA 2010 considère la valeur de c comme "exacte" [8]. Disons simplement que plusieurs souhaitent qu'elle soit constante car une non-constance remettrait bien des acquis de la physique en question, y compris toutes les unités de mesure qui se basent sur la vitesse de la lumière. Pour notre part, nous sommes convaincus que la lumière accélère lentement au cours du temps [3]. L'accélération serait tellement minime qu'elle se trouve à être en-dessous du seuil détectable pour les instruments contemporains (augmentation de 1 m/s à tous les 35,4 ans). Cependant, en menant des expériences sur plusieurs décennies, il s'avère possible de voir l'effet cumulatif de l'accélération de la lumière au cours des années. L'accélération Pioneer en est un bon exemple [3]. Ce phénomène découle du fait qu'en persistant à croire que la vitesse de la lumière est constante au cours du temps, nous interprétons les variations de fréquence dans l'effet Doppler comme étant une décélération des sondes Pioneer. Dans les faits, les sondes ne ralentissent pas. C'est la lumière qui accélère.

Dans le présent article, nous sommes à la recherche du rayon de courbure apparent de l'univers. Évidemment, puisque l'univers est en expansion, ce paramètre change au cours du temps. Cependant, en utilisant la vitesse actuelle de la lumière dans le vide et **l'âge apparent** actuel de l'univers, il est possible d'obtenir le rayon de courbure apparent actuel de l'univers. Cela revient à faire tout comme si la vitesse de la lumière aurait toujours été constante dans le temps, durant une période équivalente à l'âge apparent de l'univers.

L'âge apparent de l'univers est donné par l'équation suivante :

$$T_u = \frac{1}{H_0} \tag{6}$$

Par conséquent, en partant supposément d'un point de singularité (venant de la théorie du big bang) la lumière aurait eu le temps de parcourir la distance suivante :

$$R_u = c \cdot T_u = \frac{c}{H_0} \approx 1{,}2831078807 \pm 0{,}0000000083 \times 10^{26}\,\mathrm{m} \tag{7}$$

C'est une manière facile de calculer le rayon apparent de l'univers. Cette manière de faire est un peu comme une tangente à la courbe. Elle sous-entend que la vitesse de la lumière dans le vide a toujours été la même et égale à c. C'est d'ailleurs pourquoi nous tenons encore une fois à mentionner que la valeur de R_u est un **rayon de courbure apparent**.

Cette présentation a l'avantage d'être très concise. Cependant, à moins d'utiliser notre constante de Hubble décrite en **(2)** qui possède une grande précision, cette présentation a le désavantage d'utiliser H_0 qui n'est pas considérée comme étant une constante fondamentale de physique.

3.5. Valeur de R_u en fonction du rayon classique de l'électron

Cherchons maintenant à établir un lien entre le rayon de courbure apparent de l'univers et une particule dont les caractéristiques sont relativement bien connue, l'électron.

En 1974, Dirac a publié une hypothèse sur les grands nombre [12]. Il avait constaté que plusieurs rapports de nombres ayant les mêmes unités donnaient curieusement toujours certains nombres. Nous avons baptisé le plus grand de ceux-ci *N* [13]. Tous les autres nombres qu'il avait découverts peuvent se déduire de ce nombre en changeant son exposant [13].

Si nous cherchons la valeur de *N*, plusieurs manières différentes peuvent donner le même résultat. Nous ne les décrirons pas toutes ici et nous ne chercherons pas à les démontrer. Cependant, voici quelques manières simples de déduire *N* :

- Faire le rapport entre l'énergie E_u contenue dans l'univers et l'énergie d'un photon E_{ph} qui aurait comme longueur d'onde, la circonférence de l'univers.
- Faire le rapport entre la masse apparente de l'univers m_u et la masse m_{ph} associée à un photon ayant comme longueur d'onde la circonférence de l'univers.
- Faire le carré du rapport entre la masse apparente de l'univers m_u et la masse de Planck m_p.
- Faire le carré du rapport entre le rayon apparent de l'univers R_u et la longueur de Planck L_p.
- La manière la plus précise et la plus simple demeure celle qui utilise l'inverse de constante de structure fine α élevée à la puissance 57 (voir [6]).

$$N = \frac{E_u}{E_{ph}} = \frac{m_u}{m_{ph}} = \left(\frac{m_u}{m_p}\right)^2 = \left(\frac{R_u}{L_p}\right)^2 = \frac{1}{\alpha^{57}} \quad \textbf{(8)}$$

Parmi toutes ces égalités, nous retiendrons la suivante en raison de sa précision :

$$\left(\frac{R_u}{L_p}\right)^2 = \frac{1}{\alpha^{57}} \quad \textbf{(9)}$$

En isolant R_u de cette équation, nous obtenons :

$$R_u = \sqrt{\frac{L_p^2}{\alpha^{57}}} \quad \textbf{(10)}$$

La longueur de Planck L_p découle du principe d'incertitude d'Heisenberg et est définie comme étant :

$$L_p = \sqrt{\frac{h \cdot G}{2 \cdot \pi \cdot c^3}} \tag{11}$$

Selon le CODATA 2010 [8], la constante de Planck est évaluée à $h \approx 6{,}62606957 \pm 0{,}00000029 \times 10^{-11}$ J·s .

En utilisant les équations **(4)**, **(10)** et **(11)**, nous obtenons :

$$R_u = \sqrt{\frac{h \cdot r_e}{2 \cdot \pi \cdot m_e \cdot c \cdot \beta \cdot \alpha^{37}}} \approx 1{,}283107882 \pm 0{,}000000029 \times 10^{26}\,\mathrm{m} \tag{12}$$

Sachant que :

$$m_e \cdot c^2 = \frac{h \cdot c \cdot \alpha}{2 \cdot \pi \cdot r_e} \tag{13}$$

Nous obtenons en isolant r_e :

$$r_e = \frac{h \cdot c \cdot \alpha}{2 \cdot \pi \cdot m_e \cdot c^2} \tag{14}$$

L'équation (12) devient alors :

$$R_u = \frac{r_e}{\beta^{1/2} \cdot \alpha^{19}} \approx 1{,}2831078806 \pm 0{,}0000000081 \times 10^{26}\,\mathrm{m} \tag{15}$$

Cette équation permet d'obtenir le rayon apparent de l'univers en fonction du rayon classique de l'électron r_e. Le rayon classique de l'électron r_e n'est cependant pas considéré comme étant une constante fondamentale en physique puisqu'il ne peut être mesuré. Plusieurs physiciens considèrent d'ailleurs que le véritable rayon de l'électron est ponctuel. Le rayon classique de l'électron ne peut qu'être calculé. Il ne peut pas découler d'une mesure d'une réalité objective.

3.6. Valeur de R_u en fonction de la charge et de la masse de l'électron

Comme le rayon classique de l'électron r_e ne peut pas être considéré comme une valeur fondamentale en physique puisqu'il ne peut être directement mesuré, nous suggérons ici d'utiliser des caractéristiques physiques directement mesurables telles que sa charge q_e et sa masse m_e.

Le rayon classique de l'électron r_e est défini comme étant :

$$r_e = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{q_e}{m_e \cdot c^2} \tag{16}$$

De plus, la constante de structure fine est définie comme étant :

$$\alpha = \frac{q_e^2}{2 \cdot h \cdot c \cdot \varepsilon_0} \tag{17}$$

En utilisant les équations **(16)** et **(17)**, l'équation **(12)** devient :

$$R_u = \frac{q_e^2}{4 \cdot \pi \cdot \cdot \varepsilon_0 \cdot m_e \cdot c^2 \cdot \alpha^{19} \cdot \beta^{1/2}} \tag{18}$$

Sachant que :

$$c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}} \tag{19}$$

Nous pouvons retranscrire l'équation **(18)** comme suit :

$$R_u = \frac{\mu_0 \cdot q_e^2}{4 \cdot \pi \cdot m_e \cdot \alpha^{19} \cdot \beta^{1/2}} \approx 1{,}283107881 \pm 0{,}000000057 \times 10^{26}\,\mathrm{m} \tag{20}$$

Cette équation permet d'obtenir le rayon apparent de l'univers en fonction de la charge et de la masse de l'électron qui sont deux paramètres de l'électron qui sont mesurés avec précision. Cette équation est bâtie à partir de constantes de physique fondamentales. Il pourrait sembler logique que cette valeur soit la meilleure. Pourtant, elle est moins précise que l'équation **(15)**. C'est peut-être dû au fait que la valeur du rayon classique de l'électron est obtenu de différentes manières et que les laboratoires font un calcul statistique qui permet de réduire son erreur. Pour l'instant, nous privilégierons donc l'équation **(15)** puisqu'elle montre l'erreur la plus petite. La situation pourrait changer au cours du temps selon les valeurs les plus récentes du CODATA [8].

Mentionnons qu'en utilisant les équations **(3)**, **(4)**, **(16)** et **(17)**, il est possible de montrer que les équations **(12)** et **(20)** sont égales à l'équation **(7)**. Nous laissons au lecteur le soin d'en faire la vérification.

3.7. Valeur de R_u en fonction de la constante de Rydberg

La constante de Rydberg est la constante qui est connue avec le plus de précision. Selon le CODATA 2010 [8], sa valeur est définie comme suit :

$$R_\infty = \frac{m_e \cdot q_e^4}{8 \cdot \varepsilon_0^2 \cdot h^3 \cdot c} \approx 10973731{,}568539 \pm 0{,}000055\,\mathrm{m}^{-1} \tag{21}$$

La vitesse de la lumière dans le vide c est définie en fonction de la perméabilité relative du vide μ_0 et de la permittivité relative du vide ε_0 :

$$c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}} \tag{22}$$

À l'aide des équations **(13)**, **(21)** et **(22)**, nous obtenons :

$$R_\infty = \frac{\alpha^3}{4 \cdot \pi \cdot r_e} \tag{23}$$

Lorsque nous isolons la valeur du rayon classique de l'électron r_e de l'équation **(23)** et que nous la mettons dans l'équation **(15)**, nous obtenons le rayon de courbure apparent de l'univers R_u :

$$R_u = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot R_\infty \cdot \beta^{1/2} \cdot \alpha^{16}} \tag{24}$$

$$R_u \approx 1{,}2831078806 \pm 0{,}0000000068 \times 10^{26}\,\text{m} \tag{25}$$

Cette méthode de calcul de R_u semble être la plus précise de toutes.

3.8. Valeur de R_u en fonction de la température moyenne de l'univers T

Étant donné que l'univers est en expansion, sa température moyenne diminue au cours du temps. Par conséquent, une mesure exacte de la température moyenne du fond diffus de l'univers (CMB pour "Cosmic Microwave Background") pourrait nous donner indirectement la dimension du rayon de courbure apparent de l'univers. Essayons donc de trouver une équation qui varie principalement en fonction de la température moyenne T du CMB.

Partons de l'équation suivante que nous avons trouvée par le passé [23] :

$$T = \left(\frac{15 \cdot \alpha^2 \cdot h^3 \cdot \beta^4 \cdot c^5 \cdot H_0^2}{8 \cdot \pi^6 \cdot k_B^4 \cdot G} \right)^{1/4} \tag{26}$$

Selon le CODATA 2010 [8], la constante de Boltzmann est évaluée à $k_B \approx 1{,}3806488 \pm 0{,}0000013 \times 10^{-23}$ J·°K.

En utilisant les équations (**1**), (**4**), (**13**) **et** (**23**), nous obtenons l'équation suivante :

$$R_u = \frac{\pi^2 \cdot k_B^4 \cdot T^4}{960 \cdot h^4 \cdot \beta^{13/2} \cdot c^4 \cdot R_\infty^5 \cdot \alpha^{25}} \approx 1{,}282 \pm 0{,}032 \times 10^{26}\,\text{m} \tag{27}$$

Cette équation est la moins précise de toutes puisque pour l'instant, la température T n'est pas évaluée avec beaucoup de précision. Bien que D. J. Fixen [24] ait réalisé des mesures du fond diffus lointain de l'univers pour obtenir une température de $T \approx 2{,}722548 \pm 0{,}00057$ °Kelvin, nous croyons que son résultat est entaché d'une erreur plus importante qu'il ne le laisse croire. Nous croyons qu'un des meilleurs résultats obtenus jusqu'à date est celui de la sonde Cobra qui a évalué la température moyenne du fond diffus cosmologique à 2,736±0,017 °K dans les années 1982 à 1990 [25].

Bien sûr, la précision obtenue serait substantiellement améliorée en utilisant la valeur moyenne de la température du fond cosmologique que nous avons déjà calculée par le passé [6].

$$T = \frac{m_e \cdot c^2}{k_B} \cdot \left(\frac{15 \cdot \beta^6 \cdot \alpha^{17}}{\pi^3} \right)^{1/4} \approx 2{,}736795 \pm 0{,}000003\,°\text{K} \tag{28}$$

Nous obtenons alors $R_u \approx 1{,}2831077 \pm 0{,}0000074 \times 10^{26}$ m.

3.9. Valeur de R_u en fonction de la constante de gravitation universelle G

Essayons de trouver ici une équation qui permet de déterminer le rayon de courbure apparent de l'univers R_u en fonction de G. Mentionnons ici que nous ne posons aucune hypothèse sur la constance ou non de G dans le temps ou dans l'espace.

Partons de l'équation qui permet de donner la masse apparente de l'univers m_u [21,22].

$$m_u = \frac{c^3}{G \cdot H_0} \tag{29}$$

Réécrivons cette équation en utilisant l'équation (**7**) et isolons R_u :

$$R_u = \frac{G \cdot m_u}{c^2} \tag{30}$$

Nous avons déjà montré que le nombre maximum N de photons (associés à une masse m_{ph}) de longueur d'onde $2\cdot\pi\cdot R_u$ pouvant être dans l'univers est [6] :

$$N = \frac{m_u}{m_{ph}} = \frac{1}{\alpha^{57}} \tag{31}$$

De plus, la masse m_{ph} peut être associée à un photon de longueur d'onde $2\cdot\pi\cdot R_u$:

$$m_{ph} \cdot c^2 = \frac{h \cdot c}{2 \cdot \pi \cdot R_u} \tag{32}$$

Nous pouvons réécrire l'équation **(30)** en utilisant les équations **(31)** et **(32)** pour obtenir ceci:

$$R_u = \sqrt{\frac{G \cdot h}{2 \cdot \pi \cdot c^3 \cdot \alpha^{57}}} \approx 1{,}283166 \pm 0{,}000077 \times 10^{26}\,\mathrm{m} \tag{33}$$

La valeur de R_u indiquée est celle que nous obtenons en utilisant la valeur de G provenant du CODATA 2010 [8]. Bien sûr, elle est meilleure si nous utilisons la valeur de G obtenue à partir de l'équation **(4)** (voir le tableau récapitulatif à la fin de l'article). Cette méthode est parmi les moins précises en raison du peu de précision présentement disponible sur la constante G.

4. RAYON DE COURBURE APPARENT DE L'UNIVERS r_u À NOTRE POSITION

Comme nous l'avons déjà mentionné par le passé [3], si l'univers lumineux est en expansion à la vitesse de la lumière c [2], il ne peut en être ainsi de l'univers matériel [3]. L'univers matériel doit nécessairement être en expansion à une vitesse moindre que celle de la lumière. Par conséquent, de notre point de vue sur terre, nous posons que l'univers matériel est en expansion à une vitesse $\beta\cdot c$ par rapport à son centre de masse. Des calculs mathématiques nous ont déjà permis de déterminer que $\beta \approx 0{,}76$ (voir équation exacte en **(3)**) [3]. Par conséquent, la valeur de r_u est donnée par l'équation suivante :

$$r_u = \beta \cdot R_u \tag{34}$$

Pour déterminer r_u, il s'agit de déterminer précisément R_u. C'est exactement ce que nous avons fait aux étapes précédentes.

L'équation **(34)** nous permet, en utilisant la valeur de R_u donnée par l'équation **(15)** de conclure que :

$$r_u = \frac{r_e \cdot \beta^{1/2}}{\alpha^{19}} \approx 9{,}802071983 \pm 0{,}000000062 \times 10^{25}\ \text{m} \tag{35}$$

De même, en utilisant la valeur de R_u de l'équation **(24)**, nous obtenons :

$$r_u = \frac{\beta^{1/2}}{4 \cdot \pi \cdot R_\infty \cdot \alpha^{16}} \approx 9{,}802071983 \pm 0{,}000000052 \times 10^{25}\ \text{m} \tag{36}$$

La valeur de r_u est celle que nous constatons ici, à notre position dans l'univers. Nous sommes en mesure de calculer indirectement cette valeur en faisant les hypothèses décrites dans notre premier document sur l'accélération de la lumière [3].

5. RAYON DE COURBURE APPARENT DE L'HORIZON r_h

Tout comme à la surface d'un trou noir, à l'horizon de l'univers, la vitesse de la lumière devient nulle en raison de l'indice de réfraction du vide qui tend vers l'infini. Dans un article, nous avions calculé la valeur du rayon de courbure apparent de l'horizon [3], et nous avions obtenu :

$$r_h = \frac{2 \cdot G \cdot m_u}{k^2} = \frac{2 \cdot c^3}{k^2 \cdot H_0} \tag{37}$$

La masse apparente de l'univers m_u est donnée par l'équation suivante [3,21,22] :

$$m_u = \frac{c^3}{G \cdot H_0} \tag{38}$$

En utilisant les équations **(1)**, **(37)** et **(40)** nous obtenons :

$$r_h = \frac{2 \cdot r_e \cdot c^2}{k^2 \cdot \alpha^{19} \cdot \beta^{1/2}} \tag{39}$$

La valeur de k est donnée par l'équation suivante [3] :

$$k = c \cdot \sqrt{2 + \sqrt{5}} \tag{40}$$

En utilisant les équations **(39)** et **(40)** nous obtenons :

$$r_h = \frac{2 \cdot r_e}{\alpha^{19} \beta^{1/2} \left(2 + \sqrt{5}\right)} \approx 6{,}058013646 \pm 0{,}000000038 \times 10^{25}\ \mathrm{m} \qquad \textbf{(41)}$$

En utilisant les équations **(23)** et **(41)**, nous obtenons une autre équation :

$$r_h = \frac{1}{2\pi \cdot R_\infty \alpha^{16} \beta^{1/2} \left(2 + \sqrt{5}\right)} \approx 6{,}058013646 \pm 0{,}000000032 \times 10^{25}\ \mathrm{m} \qquad \textbf{(42)}$$

Cette dernière est légèrement plus précise que l'équation **(41)**.

6. CONCLUSION

Dans ce document, différentes méthodes ont été envisagées pour calculer le rayon de courbure apparent de l'univers R_u. Certaines sont plus précises que d'autres. En utilisant la meilleure des méthodes trouvée, nous calculons le rayon de courbure apparent r_u de l'univers matériel à notre position en utilisant notre facteur β. Toujours en utilisant la même valeur de R_u, nous avons calculé le rayon apparent de l'horizon de l'univers.

Faisons un tableau synthèse des résultats de R_u obtenus par nos différentes méthodes de calcul (voir page suivante).

Grâce aux équations trouvées, nous constatons que ces paramètres peuvent être reliés aux caractéristiques de l'électron (soit sa charge, sa masse ou son rayon classique). Il devient alors évident que l'infiniment grand (l'univers) est intimement relié à l'infiniment petit (aux particules telles que l'électron) (tel que le laisse percevoir Sidharth dans pratiquement tout son livre [15]).

Considérant que l'univers lumineux est présentement en expansion à la vitesse de la lumière c, la meilleure estimation de R_u faite dans ce document demeurera valide durant environ 87 ans (à partir de 1983 qui correspond à la date à laquelle le bureau des poids et mesures ont mesuré la valeur de la vitesse de la lumière) avant que nous devions réajuster le chiffre le plus significatif de l'erreur estimée.

Ces nouvelles équations pourraient permettre, dans le futur, de mettre en évidence des liens théoriques entre certains phénomènes physique.

<table>
<tr><th colspan="3">Rayon de courbure apparent de l'univers lumineux R_u</th></tr>
<tr><th>Équation</th><th>Valeur approximative</th><th>Erreur</th></tr>
<tr><td>$R_u = \frac{1}{4\pi \cdot \alpha^{16} \cdot \beta^{1/2} \cdot R_\infty}$</td><td>$1{,}2831078806 \times 10^{26}$ m</td><td>$\pm 0{,}0000000068 \times 10^{26}$ m</td></tr>
<tr><td>$R_u = \frac{r_e}{\beta^{1/2} \cdot \alpha^{19}}$</td><td>$1{,}2831078806 \times 10^{26}$ m</td><td>$\pm 0{,}0000000081 \times 10^{26}$ m</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$R_u = \frac{c}{H_0}$</td><td>$1{,}2831078807 \times 10^{26}$ m
H_0 basée sur éq. (**1**)</td><td>$\pm 0{,}0000000083 \times 10^{26}$ m</td></tr>
<tr><td>$1{,}283 \times 10^{26}$ m
H_0 basée sur Xiaofeng Wang [9]</td><td>$\pm 0{,}016 \times 10^{26}$ m</td></tr>
<tr><td>$R_u = \sqrt{\frac{h \cdot r_e}{2\pi \cdot m_e \cdot c \cdot \beta \cdot \alpha^{37}}}$</td><td>$1{,}283107882 \times 10^{26}$ m</td><td>$\pm 0{,}000000029 \times 10^{26}$ m</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$R_u = \sqrt{\frac{G \cdot h}{2 \cdot \pi \cdot c^3 \cdot \alpha^{57}}}$</td><td>$1{,}283107880 \times 10^{26}$ m
G basé sur éq. (**4**)</td><td>$\pm 0{,}000000043 \times 10^{26}$ m</td></tr>
<tr><td>$1{,}283166 \times 10^{26}$ m
G basé CODATA [8]</td><td>$\pm 0{,}000077 \times 10^{26}$ m</td></tr>
<tr><td>$R_u = \frac{\mu_0 \cdot q_e^2}{4\pi \cdot m_e \cdot \alpha^{19} \cdot \beta^{1/2}}$</td><td>$1{,}283107881 \times 10^{26}$ m</td><td>$\pm 0{,}000000057 \times 10^{26}$ m</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$R_u = \frac{\pi^2 \cdot k_B^2 \cdot T^4}{960 h^4 c^4 R_\infty \alpha^{25} \beta^{13/2}}$</td><td>$1{,}2831077 \times 10^{26}$ m
T basée sur éq. (28)</td><td>$\pm 0{,}0000074 \times 10^{26}$ m</td></tr>
<tr><td>$1{,}282 \times 10^{26}$ m
T basée sur sonde Cobra [25]</td><td>$\pm 0{,}032 \times 10^{26}$ m</td></tr>
</table>

Voici les 2 meilleurs résultats pour le rayon de courbure apparent de l'univers à notre position r_u basé sur le tableau précédent :

Rayon de courbure apparent de l'univers à notre position r_u		
Équation	Valeur approximative	Erreur
$r_u = \beta \cdot R_u = \dfrac{\beta^{1/2}}{4\pi \cdot \alpha^{16} \cdot R_\infty}$	$9{,}802071983 \times 10^{25}$ m	$\pm\, 0{,}000000052 \times 10^{25}$ m
$r_u = \beta \cdot R_u = \dfrac{r_e \cdot \beta^{1/2}}{\alpha^{19}}$	$9{,}802071983 \times 10^{25}$ m	$\pm\, 0{,}000000062 \times 10^{25}$ m

Voici les 2 meilleurs résultats pour le rayon de courbure apparent de l'horizon r_h, basé sur le premier tableau :

Rayon de courbure apparent de l'horizon de l'univers r_h		
Équation	Valeur approximative	Erreur
$r_h = \dfrac{1}{2\pi \cdot R_\infty \alpha^{16} \beta^{1/2}\left(2+\sqrt{5}\right)}$	$6{,}058013646 \times 10^{25}$ m	$\pm\, 0{,}000000032 \times 10^{25}$ m
$r_h = \dfrac{2 \cdot r_e}{\alpha^{19} \beta^{1/2}\left(2+\sqrt{5}\right)}$	$6{,}058013646 \times 10^{25}$ m	$\pm\, 0{,}000000038 \times 10^{25}$ m

7. RÉFÉRENCES

[1] Hubble, E. et Humason, M. L., "The Velocity-Distance Relation among Extra-Galactic Nebulae", *The Astrophysical Journal*, v. 74, 1931, p.43.

[2] Macleod, Alasdair, "Evidence for a Universe Expending at the Speed of Light", *University of highlands and islands physics*, Scotland, UK, avril 2004.

[3] Mercier, Claude, "La vitesse de la lumière ne serait pas constante", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 8 octobre 2011, article disponible sur Internet à : www.pragtec.com/physique/

[4] Mercier, Claude, "Calcul de l'âge de l'univers", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 9 avril 2012, article disponible sur Internet à : www.pragtec.com/physique/

[5] Einstein, Albert, "Cosmological Considerations on the General Theory of Relativity ", *The Principle of Relativity (Dover Books on Physics)*, New York, publications Dover, 1952 (article original de 1917), pp. 177-188.

[6] Mercier, Claude, "Calcul de la constante gravitationnelle universelle *G*", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 13 mars 2013, article disponible sur Internet à : www.pragtec.com/physique/

[7] Mercier, Claude, "Solution à la mystérieuse équation de Weinberg", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 2 avril 2013, article disponible sur Internet à : www.pragtec.com/physique/

[8] "Latest (2010) Values of the Constants", NIST Standard Reference Database 121, dernière mise à jour : avril 2012, article Internet à : http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html

[9] Wang, Xiaofeng et al., “Determination of the Hubble Constant, the Intrinsic Scatter of Luminosities of Type Ia SNe, and Evidence for Non-Standard Dust in Other Galaxies”, mars 2011, pp. 1-40, arXiv:astro-ph/0603392v3

[10] Muñoz, Vicente, Ricardo Pérez-Marco, "Poisson-Newton Formulas and Dirichlet Series", Cornell University Library, v. 2, janvier 2013, pp. 56, arXiv: 1301.6511v2.

[11] Einstein, Albert, “La relativité”, *Petite Bibliothèque Payot*, v. 25, Paris, édition originale de 1956 de Gauthier-Villar reprise intégralement par les éditions Payot & Rivages pour l’édition de 2001, p. 109.

[12] Dirac, P. A. M., "Cosmological Models and the Large Numbers Hypothesis", *Proceedings of the Royal Society*, Grande-Bretagne, 1974, pp. 439-446.

[13] Mercier, Claude, "Hypothèse sur les grands nombres de Dirac menant à la constante de Hubble et à la température du fond diffus de l’univers", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 4 février 2013, article disponible sur Internet à : www.pragtec.com/physique/

[14] Einstein, Albert, "On the Electrodynamics of Moving Bodies ", *The Principle of Relativity (Dover Books on Physics)*, New York, publications Dover, 1952 (article original de 1905), pp. 35-65.

[15] Sidharth, B. G., "The Thermodynamic Universe ", *World Scientific Publishing Co.*, New Jersey, USA , 2008, p. 212.

[16] Weinberg, S., "Gravitation and Cosmology", *John Wiley & Sons*, New York, 1972, p. 61ff.

[17] Magain, P., "An Expanding Universe Without Dark Matter and Dark Energy", *Institut d'astrophysique et de géophysique*, Université de Liège, Belgique, décembre 2012, pp. 12.

[18] Vargas, J. G. et D.G. Torr, "Gravitation and Cosmology: From the Hubble Radius to the Planck Scale", *Springer*, v. 126, 2003, pp. 10.

[19] Sepulveda, L. Eric, "Can We Already Estimate the Radius of the Universe", *American Astronomical Society*, 1993, p. 796, paragraphe 5.17.

[20] Silberstein, Ludwik, "The Size of the Universe: Attempt at a Determination of the Curvature Radius of Spacetime", *Science*, v. 72, novembre 1930, p. 479-480.

[21] Carvalho, Joel C., "Derivation of the Mass of the Observable Universe", *International Journal of Theoretical Physics*, v. 34, no 12, décembre 1995, p. 2507.

[22] Mercier, Claude, "Calcul de la masse apparente de l'univers", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 5 mai 2012, article disponible sur Internet à : www.pragtec.com/physique/

[23] Mercier, Claude, "Calcul de la température moyenne du fond diffus de l'univers et de la constante de Hubble", *Pragtec*, Baie-Comeau, Québec, Canada, 9 juillet 2012, article disponible sur Internet à : www.pragtec.com/physique/

[24] Fixsen, D. J., "The Temperature of the Cosmic Microwave Background", *The Astrophysical Journal Supplement Series*, v. 707, décembre 2009, pp. 916-920.

[25] Gush, H. P. et al., "Rocket Measurement of the Submillimeter Cosmic Background Spectrum", *Physical Review Letters*, v. 47, émission 10, 1981, pp. 745-748.